DYNAMISCHE SICHERHEITSÄQUIVALENTE IN PRODUKTIONSGLÄTTUNGS- UND LAGERHALTUNGSMODELLEN

INAUGURAL-DISSERTATION
zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Wirtschaftswissenschaften beim Fachbereich
Wirtschaftswissenschaft der Freien Universität Berlin

vorgelegt von
Diplom-Mathematiker KURT JÄGER
aus Bad Kreuznach

Berlin 1975

DYNAMISCHE SICHERHEITSÄQUIVALENTE IN PRODUKTIONSGLÄTTUNGS- UND LAGERHALTUNGSMODELLEN

INAUGURAL-DISSERTATION

zur Erlangung des Grades eines Doktors

der Wirtschaftswissenschaften beim Fachbereich

Wirtschaftswissenschaft der Freien Universität Berlin

vorgelegt von

Diplom-Mathematiker KURT JÄGER

aus Bad Kreuznach

Berlin 1975

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Vorsitzender des Fachbereichs:	Prof. Dr. Kurt Elsner
Referent:	Prof. Dr. Christoph Schneeweiß
Korreferent:	Prof. Dr.-Ing. Peter Mevert,Ph.D.
Tag der mündlichen Prüfung:	24. November 1975

aku- Fotodruck, 86 Bamberg, Färbergasse 8 R

Inhaltsverzeichnis

Einleitung		6
Kapitel 1.	Das Mehrprodukt-Produktionsglättungs- und Lagerhaltungsmodell mit quadratischem Kostenkriterium und endlichem Horizont	10
1.1	Das Produktionsglättungsmodell	10
1.1.1	Das deterministische Modell mit unbeschränktem Entscheidungsraum	13
1.1.2	Das stochastische Modell mit unbeschränktem Entscheidungsraum	18
1.1.3	Anwendungsbeispiele	22
1.2	Das Produktionsglättungs- und Lagerhaltungsmodell	27
1.2.1	Das deterministische Modell mit beschränktem Entscheidungsraum	29
1.2.2	Das stochastische Modell mit beschränktem Entscheidungsraum	40
1.2.3	Spezielle Nebenbedingungen	50
1.2.4	Spezielle Kriterien	52
1.3	Zusammenfassung	53
Kapitel 2.	Das Einprodukt-Lagerhaltungsmodell mit Durchschnittskostenkriterium	54
2.1	Das Modell ohne Fixkosten	58
2.1.1	Theoretische Ergebnisse	58

2.1.2	Numerische Vergleichsrechnungen	66
2.1.2.1	Die Betaverteilung	66
2.1.2.2	Auswahl der Nachfrageverteilungen	68
2.1.2.3	Ergebnisse der Modellrechnungen	71
2.2	Das Modell mit Fixkosten	73
2.2.1	Theoretische Ergebnisse	73
2.2.1.1	Einleitung	73
2.2.1.2	Die Grenzwahrscheinlichkeitsdichte des Zustands	75
2.2.1.3	Die optimalen Durchschnittskosten	87
2.2.1.4	Notwendige Optimalitätsbedingungen	90
2.2.1.5	Hinreichende Optimalitätsbedingungen	92
2.2.1.6	Zusammenfassung der Optimalitätsbedingungen	95
2.2.1.7	Der α-Servicegrad	95
2.2.1.8	Vernachlässigbare Fixkosten	96
2.2.1.9	Die Wahl geeigneter D	97
2.2.1.10	Beeinflüsse der Variation der Kostenparameter p, v und h auf die Lösung	100
2.2.1.10.1	Die Änderung von p	100
2.2.1.10.2	Die Änderung von v	100
2.2.1.10.3	Die Änderung von h	102
2.2.2	Numerische Vergleichsrechnungen mit verschiedenen Nachfrageverteilungen	103
2.2.2.1	Der Algorithmus	103
2.2.2.2	Auswahl der Nachfrageverteilungen	106
2.2.2.3	Ergebnisse der Modellrechnungen	107
2.3	Zusammenfassung	111

Literaturverzeichnis 113

Anhang

Tabelle 1 119

Tabelle 2 129

Tabelle 3 139

Programme zu Abschnitt 2.2 197

für LOR < D ≦ 2·LOR 197

für 2· LOR < D ≦ 3·LOR 201

Lebenslauf 205

Einleitung

Der Lagerhalter will unter Aufrechterhaltung einer gewissen Lieferbereitschaft kostengünstig den Zeitpunkt und die Menge des Lagerzugangs bestimmen. Nur in seltenen Fällen ist die Nachfrage nach dem Lagergut als deterministisch anzusehen, also so frühzeitig bekannt, daß der Lagerhalter sich auf ihre genaue Höhe einstellen kann. Tritt die Nachfrage so kurzfristig ein, daß sie nur aus dem vorhandenen Lagerbestand befriedigt werden kann, tritt neben das Problem der Optimierung der Bestellmenge und des Lagerzugangstermins noch das der Bedarfsprognose. Damit stellt sich die Frage, welche Größen als optimale Prognose betrachtet werden können und ob die Prognose von der Optimierung unabhängig berechnet werden darf (Abb.1) oder nicht (Abb. 2; vgl. auch Beispiel 3 in Abschnitt 1.2.2).

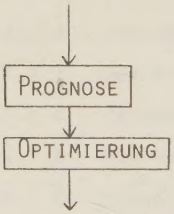


Abb. 1

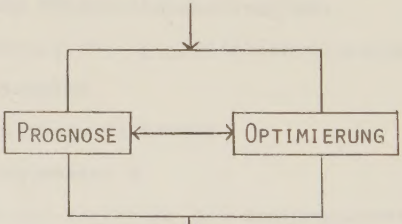


Abb. 2

(vgl. WITSENHAUSEN).*

---

* Literaturhinweise werden durch die Namen der Verfasser kenntlich gemacht (z.B. WITSENHAUSEN). Bei Autoren, von denen mehr als eine Arbeit im Literaturverzeichnis enthalten ist, wird der Anfang des Titels in [ ] angefügt, z.B. THEIL [A Note...].

Praktiker gehen oft davon aus, daß Prognose und Optimierung getrennt werden dürfen (etwa HÜTTEMANN). Zur Gewinnung einer Prognose wird häufig das Verfahren der Exponentiellen Glättung (exponential smoothing) eingesetzt. Dabei werden Vergangenheitswerte der stochastischen Größe verschieden stark gewichtet - mit größerem zeitlichen Abstand zur Gegenwart nehmen die Gewichte ab - und daraus ein geglätteter Wert errechnet, von dem man hofft, daß er eine gute Prognose sein wird.

Eine mit solchen Werten errechnete Bestellpolitik ist nur in wenigen Fällen optimal bezüglich des Kriteriums, weil dabei unberücksichtigt bleibt, ob andere Charakteristika des stochastischen Prozesses, wie z.B. die Varianz oder unvollständige Wahrscheinlichkeitsintegrale, Einfluß auf die Optimierung haben. Die gewonnenen Informationen werden also nicht optimal bezüglich des Kriteriums ausgenutzt.

In den wenigen Modellen, in denen die funktionale Abhängigkeit der optimalen Politik die gleiche wie in einem äquivalenten deterministischen Modell ist, heißen beide Modelle s i c h e r h e i t s ä q u i v a l e n t (certainty equivalent) (PATCHELL und JACOBS). Die Charakteristika des stochastischen Prozesses, die in der optimalen Politik deterministischen Größen entsprechen, nennt man D y n a m i s c h e S i c h e r h e i t s ä q u i v a l e n t e (THEIL [A Note ...], MALINVAUD).

In der Theorie der Produktionsglättung und Kassenhaltung - im Unterschied zur Lagerhaltung muß hier die Bestellmenge nicht positiv sein - ist für drei Modelltypen die Existenz Dynamischer Sicherheitsäquivalente nachgewiesen worden.

SIMON und THEIL [A Note ..] zeigen, daß im Fall eines quadratischen Kriteriums und linearer dynamischer Nebenbedingungen (das sind Zustandstransformations-, etwa Lagerbilanzgleichungen) der Prozeß optimal gesteuert werden kann, wenn mit den bedingten Erwartungswerten der Nachfrage wie mit deterministischen Größen

gerechnet wird. Diese bedingten Erwartungswerte sind hier optimale Prognosen und Dynamische Sicherheitsäquivalente.

MIDLER untersucht Modelle, bei denen sowohl die dynamische Nebenbedingung als auch das Kriterium lineare Funktionen der Zustandsvariable (etwa des Lagerbestandes) sind. Auch hier existieren Dynamische Sicherheitsäquivalente in Form bedingter Erwartungswerte, selbst wenn der Entscheidungsraum in gewisser Weise beschränkt ist.

Die Arbeiten von SIMON, THEIL [A Note ...] und MIDLER behandeln Einprodukt-Modelle über einen Planungszeitraum von N Perioden.

SCHNEEWEISS [Dynamic ...] dagegen befaßt sich mit einem Einprodukt-Modell, das vom Planungszeitraum unabhängig ist, weil er als Kriterium die durchschnittlichen Kosten pro Periode wählt. Wenn die Klasse der zulässigen Politiken auf die linearen Funktionen beschränkt wird, können hier ebenfalls Dynamische Sicherheitsäquivalente in Form bedingter Erwartungswerte der Nachfrage nachgewiesen werden. Dabei ist aber zu beachten, daß die Koeffizienten der optimalen Politik von der Varianz des Prozesses abhängen.

In allen angeführten Modellen wird der sogenannte Backorder-Typ des Lagers behandelt, das bedeutet, daß die Nachfrage, die in einer Periode nicht befriedigt werden kann, für die nächste Periode vorgemerkt wird, also nicht verloren geht wie im Lost-Sales-Fall (HOCHSTÄDTER).

Unter diesen Autoren ist MIDLER der einzige, der Dynamische Sicherheitsäquivalente auch für ein Lagerhaltungsmodell nachweist, während andererseits WHITE (S. 113) bei quadratischem Kostenkriterium keine Hoffnung auf die Existenz Dynamischer Sicherheitsäquivalente läßt.

Daran knüpfend wird im Kapitel 1 versucht, das Modell von SIMON und THEIL [A Note ...] für den Mehr-Produkte-Fall zu formulieren und dort Dynamische Sicherheitsäquivalente nachzuweisen (Abschnitt 1.1). Diese Ergebnisse werden auf das bekannte Modell von HOLT, MODIGLIANI, MUTH und SIMON (vgl. auch KRAJEWSKI, MABERT und THOMPSON, BERGSTROM und SMITH, HAUSMAN und

McCLAIN) in Abschnitt 1.1.3 angewandt und bestätigen die Existenz Dynamischer Sicherheitsäquivalente, die in früheren Arbeiten auf anderem Weg gezeigt wurde.
In Abschnitt 1.2 werden zusätzlich Beschränkungen des Entscheidungsraumes betrachtet, die den Fall der Lagerhaltung - Ausschluß negativer Bestellmengen - umfassen. Als Spezialfall wird das Modell behandelt, das auch unter MIDLERs Modellen vorkommt (Abschnitt 1.2.4).

Im Kapitel 2 werden die für die Praxis schwer akzeptablen quadratischen Kriterien zugunsten des auch von SCHNEEWEISS [Dynamic ...] diskutierten nichtquadratischen Durchschnittskostenkriteriums aufgegeben. Aus rechentechnischen Gründen ist dabei die Einschränkung auf Einprodukt-Modelle mit identisch verteilter, unabhängiger Nachfrage notwendig. In den Fällen, in den keine Dynamischen Sicherheitsäquivalente im Sinne der Arbeit von SCHEEWEISS [Dynamic ...] existieren, wird durch numerische Vergleichsrechnungen versucht, Hinweise dafür zu gewinnen, wie weit eine gewisse suboptimale Politik, die von solchen Dynamischen Sicherheitsäquivalenten ausgeht, vom Optimum wegführt. Die grundsätzlichen Unterschiede, die zwischen Modellen mit und ohne fixe Bestellkosten bestehen, erfordern eine gesonderte Darstellung (Abschnitt 2.1 bzw. 2.2). Im Anhang sind die numerischen Ergebnisse und die wichtigsten, zu ihrere Errechnung notwendigen Programme zusammengestellt.

Die Untersuchungen dieser Arbeit nehmen auf die Ganzzahligkeit der Lagergüter und die dadurch bedingte diskrete Wahrscheinlichkeitsdichte- bzw. - verteilungsfunktion keine Rücksicht, sondern gehen von einer beliebigen Teilbarkeit und stetigen Dichte bzw. Verteilungsfunktion aus. Dadurch werden die theoretischen Ergebnisse eleganter und überschaubarer. Die Beachtung der Ganzzahligkeit und die Übertragung der Ergebnisse bringen keine grundsätzlichen Schwierigkeiten mit sich.

Die numerischen Rechnungen wurden überwiegend mit ALGOL 60-Programmen auf der CD CYBER 7213 des Rechenzentrums der Freien Universität Berlin durchgeführt.

Für die Anregung zu dieser Arbeit und die unterstützenden Diskussionen danke ich Herrn Prof.Dr.Christoph Schneeweiß und seinen Mitarbeitern sowie Herrn Prof.Dr.-Ing.Peter Mevert, Ph.D.

Kapitel 1

Das Mehrprodukt-Produktionsglättungs- und Lagerhaltungsmodell mit quadratischem Kostenkriterium und endlichem Horizont

1.1 Das Produktionsglättungsmodell

Wir untersuchen ein Mehrproduktmodell über einen Planungszeitraum von N Perioden. Dabei werden wir folgende Symbole benutzen

x_k Lagerbestand am Anfang der Periode k (für k = O(1)N)

u_k Bestellmenge, die in der Periode k ins Lager geliefert wird (für k = O(1)N-1)

r_k Nachfrage in Periode k (für k = O(1)N)

In der Kontrolltheorie werden die Begriffe Zustand (x_k), Entscheidung (u_k) und Störung (r_k) gebraucht.

Bei stochastischen Modellen soll hier durch die Schreibweise nicht zwischen stochastischer Variable und ihrer Realisierung unterschieden werden.

Als Zustandsraum X_k wählen wir den Euklidschen n-dimensionalen Raum $\mathbb{R}^n$, das bedeutet, daß es in jeder Periode n verschiedene Zustandsvariable gibt, die als Vektor zusammengefaßt den Zustand x_k des Systems definieren. Analog sei der Entscheidungsraum U_k der $\mathbb{R}^m$ und die Störungen r_k liegen im $\mathbb{R}^{n'}$ für alle vorkommenden k. Wir gehen davon aus, daß der Anfangszustand fest vorgegeben ist.

Wir werden nur lineare Zustandstransformationsgleichungen betrachten. Die allgemeine Form der linearen Dynamischen Nebenbedingung - das ist im Fall, daß x_k nur Lagermengen bedeutet, die Lagerbilanzgleichung - lautet

$$x_k = \Gamma_{k-1} \cdot u_{k-1} + \Phi_{k-1} \cdot x_{k-1} + \Pi_{k-1} \cdot r_{k-1} + \Theta_{k-1} \quad \text{für } k = 1(1)N \tag{1.1}$$

wobei Γ_{k-1} eine (nxm)-, Φ_{k-1} eine (nxn)- und Π_{k-1} eine (nxn')- Matrix und Θ_{k-1} einen Vektor mit n Komponenten bedeuten. Die Elemente dieser Matrizen sind die Gewichte, mit denen der Zustand x_{k-1}, die Entscheidung u_{k-1} und die Störung r_{k-1} auf den neuen Zustand x_k einwirken. Θ_{k-1} faßt additive Konstanten zusammen. Wenn r_{k-1} eine stochastische Nachfrage bedeutet, können mit Θ_{k-1} deterministische Nachfrageanteile berücksichtigt werden.

Kommen in der Dynamischen Nebenbedingung weitere Terme von u_j, x_j oder r_j für $j < k-1$ vor, so können sie durch Erweiterung des Zustandsraumes, d.h. durch Erhöhung der Dimension des Zustandsraumes X_k, eliminiert werden (SORENSON).

Im Fall, daß die Zustände Lagerbestände sind, handelt es sich um ein Lager mit vorgemerkter Bestellung (Backorder-Fall). Wenn der Lagerbestand nach Eintreffen der Bestellmenge zur Befriedigung der Nachfrage nicht ausreicht, wird der Nachfrageüberhang für die folgende Periode vorgemerkt. Die Form der Dynamischen Nebenbedingung (1.1) legt folgende vereinfachende Schreibweisen nahe

$$s_k := \begin{pmatrix} r_k \\ 1 \end{pmatrix}$$

(1.2)
$$v_k := \begin{pmatrix} x_k \\ s_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_k \\ r_k \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$y_k := \begin{pmatrix} u_k \\ v_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_k \\ x_k \\ r_k \\ 1 \end{pmatrix}$$

Mit

(1.3) $T_k := (\Gamma_k \; \Phi_k \; \Pi_k \; \Theta_k)$

kann die Dynamische Nebenbedingung (1.1) abgekürzt geschrieben werden:

(1.4) $x_k = T_{k-1} \cdot y_{k-1}$

Im deterministischen Modell (r_k deterministisch) ist die allgemeine Form des quadratischen Kriteriums

(1.5) $C_{det} = \sum_{k=0}^{N-1} y_k^T \cdot W_k^{yy} \cdot y_k + v_N^T \cdot W_N^{vv} \cdot v_N$

und im stochastischen Modell (r_k stochastisch)

(1.6) $C_{st} = E\{\sum_{k=0}^{N-1} y_k^T \cdot W_k^{yy} \cdot y_k + v_N^T \cdot W_N^{vv} \cdot v_N / x_0\}$

Dabei bedeutet y_k^T die Transposition des Vektors y_k, $E\{./x_0\}$ der bedingte Erwartungswert, wenn x_0 der Anfangszustand ist, und W_k^{yy} bzw. W_N^{vv} Matrizen folgender Bauart

(1.7) $$W_k^{yy} := \begin{pmatrix} W_k^{uu} & W_k^{uv} \\ W_k^{vu} & W_k^{vv} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} W_k^{uu} & W_k^{ux} & W_k^{us} \\ W_k^{xu} & W_k^{xx} & W_k^{xs} \\ W_k^{su} & W_k^{sx} & W_k^{ss} \end{pmatrix}$$

$$:= \begin{pmatrix} W_k^{uu} & W_k^{ux} & W_k^{ur} & W_k^{ul} \\ W_k^{xu} & W_k^{xx} & W_k^{xr} & W_k^{xl} \\ W_k^{ru} & W_k^{rx} & W_k^{rr} & W_k^{rl} \\ W_k^{lu} & W_k^{lx} & W_k^{lr} & W_k^{ll} \end{pmatrix}$$

Ohne Einschränkung der Allgemeinheit darf angenommen werden, daß diese Matrix symmetrisch ist, d.h.

(1.8) $W_k^{pq} = (W_k^{qp})^T$ für alle p,q $\in$ {u,x,r,l,s,v,y} und alle vorkommenden k

Ist W_k^{yy} nicht symmetrisch, darf es durch

(1.9) $1/2 \cdot [W_k^{yy} + (W_k^{yy})^T]$

ersetzt werden, ohne daß sich C_{det} (1.5) oder C_{st} (1.6) ändern.

Diese neue Matrix (1.9) ist symmetrisch.

In den folgenden Untersuchungen treten zusammengesetzte Matrizenausdrücke auf, die invertiert werden müssen. Um die Existenz dieser Inversen zu sichern, sind gewisse Definitheitseigenschaften von W_k^{yy} zu fordern. Wir werden sehen, daß es hinreicht, wenn gilt

(1.10)
$$W_k^{uu} \text{ positiv definit und}$$
$$\begin{pmatrix} W_k^{uu} & W_k^{ux} \\ W_k^{xu} & W_k^{xx} \end{pmatrix} \text{ positiv semi-definit}$$
$$\text{für } k = 0(1)N-1 \text{ und}$$
$$W_N^{xx} \text{ positiv semi-definit}$$

Dabei heißt eine Matrix A positiv definit, wenn

(1.11) für alle $z \neq 0$ gilt $z^T \cdot A \cdot z > 0$.

A heißt positiv semi-definit, wenn für alle $z \neq 0$ folgt $z^T \cdot A \cdot z \geq 0$. Entsprechend heißt eine Matrix A negativ definit (negativ semi-definit), wenn für alle $z \neq 0$ gilt $z^T \cdot A \cdot z < 0$ ($z^T \cdot A \cdot z \leq 0$).

1.1.1 Das deterministische Modell mit unbeschränktem Entscheidungsraum

Wir können in diesem Modell die Optimierungsaufgabe zusammenfassend schreiben.

(1.12) Minimiere C_{det} (1.5)
unter der Dynamischen Nebenbedingung (1.4)

Wir wenden das Verfahren der Dynamischen Programmierung an. Zunächst definieren wir

$$f_N(x_N) := v_N^T \cdot W_N^{vv} \cdot v_N$$

$$g_k(x_k,u_k) := y_k^T \cdot W_k^{yy} \cdot y_k + f_{k+1}(T_k \cdot y_k)$$

(1.13)

$$f_k(x_k) := \min \{g_k(x_k,u_k)/u_k \varepsilon\ U_k\}$$

für k = N-1(-1)0

1.Schritt = (N-1)-te Stufe

$$g_{N-1}(x_{N-1},u_{N-1}) = y_{N-1}^T \cdot W_{N-1}^{yy} \cdot y_{N-1} + y_{N-1}^T \cdot T_{N-1}^T \cdot W_N^{xx} \cdot T_{N-1} \cdot y_{N-1}$$

$$+ 2\, y_{N-1}^T \cdot T_{N-1}^T \cdot W_N^{xs} \cdot s_N + s_N^T \cdot W_N^{ss} \cdot s_N$$

(1.14) $g_{N-1}(x_{N-1},u_{N-1}) =$

$$y_{N-1}^T \cdot V_{N-1}^{yy} \cdot y_{N-1} = u_{N-1}^T \cdot V_{N-1}^{uu} \cdot u_{N-1} + 2 \cdot u_{N-1}^T V_{N-1}^{uv} \cdot v_{N-1}$$

$$+ v_{N-1}^T \cdot V_{N-1}^{vv} \cdot v_{N-1}$$

mit V_{N-1}^{pq} analog zu (1.7) für p,q ε {u,x,r,l,s,v,y} und

(1.15) $V_{N-1}^{yy} =$

$$\begin{pmatrix} W_{N-1}^{uu} + \Gamma_{N-1}^T \cdot W_N^{xx} \cdot \Gamma_{N-1} & W_{N-1}^{ux} + \Gamma_{N-1}^T \cdot W_N^{xx} \cdot \Phi_{N-1} \\ W_{N-1}^{xu} + \Phi_{N-1}^T \cdot W_N^{xx} \cdot \Gamma_{N-1} & W_{N-1}^{xx} + \Phi_{N-1}^T \cdot W_N^{xx} \cdot \Phi_{N-1} \\ W_{N-1}^{ru} + \Pi_{N-1}^T \cdot W_N^{xx} \cdot \Gamma_{N-1} & W_{N-1}^{rx} + \Pi_{N-1}^T \cdot W_N^{xx} \cdot \Phi_{N-1} \\ W_{N-1}^{lu} + \Theta_{N-1}^T \cdot W_N^{xx} \cdot \Gamma_{N-1} + s_N^T \cdot W_N^{sx} \cdot \Gamma_{N-1} & W_{N-1}^{lx} + \Theta_{N-1}^T \cdot W_N^{xx} \cdot \Phi_{N-1} + s_N^T W_N^{sx} \cdot \Phi_{N-1} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} W_{N-1}^{ur} + \Gamma_{N-1}^T \cdot W_N^{xx} \cdot \Pi_{N-1} & W_{N-1}^{ul} + \Gamma_{N-1}^T \cdot W_N^{xx} \cdot \Theta_{N-1} + \Gamma_{N-1}^T \cdot W_N^{xs} \cdot s_N \\ W_{N-1}^{xr} + \Phi_{N-1}^T \cdot W_N^{xx} \cdot \Pi_{N-1} & W_{N-1}^{xl} + \Phi_{N-1}^T \cdot W_N^{xx} \cdot \Theta_{N-1} + \Phi_{N-1}^T \cdot W_N^{xs} \cdot s_N \\ W_{N-1}^{rr} + \Pi_{N-1}^T \cdot W_N^{xx} \cdot \Pi_{N-1} & W_{N-1}^{rl} + \Pi_{N-1}^T \cdot W_N^{xx} \cdot \Theta_{N-1} + \Pi_{N-1}^T \cdot W_N^{xs} \cdot s_N \\ W_{N-1}^{lr} + \Theta_{N-1}^T \cdot W_N^{xx} \cdot \Pi_{N-1} + s_N^T \cdot W_N^{sx} \cdot \Pi_{N-1} & W_{N-1}^{ll} + \Theta_{N-1}^T \cdot W_N^{xx} \cdot \Theta_{N-1} + 2 \cdot \Theta_{N-1}^T \cdot W_N^{xs} \cdot s_N + s_N^T \cdot W_N^{ss} \cdot s_N \end{pmatrix}$$

Um die optimale Entscheidung u^*_{N-1} zu erhalten, differenzieren wir in (1.14) $g_{N-1}(x_{N-1},u_{N-1})$ partiell nach u_{N-1}.

$$(1.16)\quad \frac{\partial g_{N-1}(x_{N-1},u_{N-1})}{\partial u_{N-1}} = 2 \cdot V^{uu}_{N-1} \cdot u_{N-1} + 2 \cdot V^{uv}_{N-1} \cdot v_{N-1}$$

Eine notwendige Bedingung für die Existenz eines Minimums von $g_{N-1}(x_{N-1},u_{N-1})$ ist das Verschwinden der ersten Ableitung an der Stelle u^*_{N-1}.

$$(1.17)\quad V^{uu}_{N-1} \cdot u^*_{N-1} + V^{uv}_{N-1} \cdot v_{N-1} = 0$$

Da W^{xx}_N positiv semi-definit ist, ist auch $\Gamma^T_{N-1} \cdot W^{xx}_N \cdot \Gamma_{N-1}$ positiv semi-definit. Mit W^{uu}_{N-1} ist dann auch $V^{uu}_{N-1} = W^{uu}_{N-1} + \Gamma^T_{N-1} \cdot W^{xx}_N \cdot \Gamma_{N-1}$ positiv definit (vgl. (1.10) und (1.15)). Daher existiert $V^{uu\,-1}_{N-1}$, die Inverse von V^{uu}_{N-1}, und ist positiv definit.

$$(1.18)\quad \begin{aligned} u^*_{N-1} &= -V^{uu\,-1}_{N-1} \cdot V^{uv}_{N-1} \cdot v_{N-1} \\ u^*_{N-1} &= -V^{uu\,-1}_{N-1} \cdot (V^{ux}_{N-1} \cdot x_{N-1} + V^{ur}_{N-1} \cdot r_{N-1} + V^{ul}_{N-1}) \end{aligned}$$

u^*_{N-1} ist Minimalstelle, da V^{uu}_{N-1} positiv definit ist (SORENSON).

Es folgt dann aus (1.13), (1.14) und (1.18)

$$\begin{aligned} f_{N-1}(x_{N-1}) &:= g_{N-1}(x_{N-1},u^*_{N-1}) \\ (1.19)\quad f_{N-1}(x_{N-1}) &= v^T_{N-1} \cdot (V^{vv}_{N-1} - V^{vu}_{N-1} \cdot V^{uu\,-1}_{N-1} \cdot V^{uv}_{N-1}) \cdot v_{N-1} \\ f_{N-1}(x_{N-1}) &= x^T_{N-1} \cdot Q_{N-1} \cdot x_{N-1} + 2 \cdot x^T_{N-1} \cdot b_{N-1} + \gamma_{N-1} \end{aligned}$$

mit:

$$(1.20)\quad \begin{aligned} Q_{N-1} &:= V^{xx}_{N-1} - V^{xu}_{N-1} \cdot V^{uu\,-1}_{N-1} \cdot V^{ux}_{N-1} \\ b_{N-1} &:= (V^{xs}_{N-1} - V^{xu}_{N-1} \cdot V^{uu\,-1}_{N-1} \cdot V^{us}_{N-1}) \cdot s_{N-1} \\ \gamma_{N-1} &:= s^T_{N-1} \cdot (V^{ss}_{N-1} - V^{su}_{N-1} \cdot V^{uu\,-1}_{N-1} \cdot V^{us}_{N-1}) \cdot s_{N-1} \end{aligned}$$

Wegen (1.10) ist

$$(1.21)\quad \begin{pmatrix} V^{uu}_{N-1} & V^{ux}_{N-1} \\ V^{xu}_{N-1} & V^{xx}_{N-1} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} W^{uu}_{N-1} & W^{ux}_{N-1} \\ W^{xu}_{N-1} & W^{xx}_{N-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Gamma^{T}_{N-1} \\ \Phi^{T}_{N-1} \end{pmatrix} \cdot W^{xx}_{N} \cdot (\Gamma_{N-1} \Phi_{N-1})$$

als Summe zweier positiv semi-definiter Matrizen positiv semi-definit.

Dann ist auch

$$(1.22)\quad Q_{N-1} = (-V^{xu}_{N-1} \cdot V^{uu\,-1}_{N-1} \quad I) \cdot \begin{pmatrix} V^{uu}_{N-1} & V^{ux}_{N-1} \\ V^{xu}_{N-1} & V^{xx}_{N-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -V^{uu\,-1}_{N-1} \cdot V^{ux}_{N-1} \\ I \end{pmatrix}$$

positiv semi-definit. I bedeutet die Einheitsmatrix.

Damit ist der erste Schritt abgeschlossen. Die optimale Entscheidung u^{*}_{N-1} (1.18) ist eine lineare Funktion des Zustands x_{N-1} und $f_{N-1}(x_{N-1})$ (1.19) hängt quadratisch vom Zustand x_{N-1} ab.

(N-k)-ter Schritt = k-te Stufe

Wir setzen voraus, daß

$$f_{k+1}(x_{k+1}) := \min \{ y^{T}_{k+1} \cdot W^{yy}_{k+1} \cdot y_{k+1} + f_{k+2}(T_{k+1} \cdot y_{k+1}) / u_{k+1} \varepsilon U_{k+1} \}$$

die Form

$$f_{k+1}(x_{k+1}) = x^{T}_{k+1} \cdot Q_{k+1} \cdot x_{k+1} + 2 \cdot x^{T}_{k+1} \cdot b_{k+1} + \gamma_{k+1}$$

hat und wollen zeigen, daß auch $f_k(x_k)$ analog geschrieben werden kann. Dabei sind

$$(1.23)\quad \begin{aligned} Q_N &:= W^{xx}_N \\ b_N &:= W^{xs}_N \cdot s_N \\ \gamma_N &:= s^{T}_N \cdot W^{ss}_N \cdot s_N \end{aligned}$$

und für k = N-1(-1)0

$$(1.24)\quad \begin{aligned} Q_k &:= V^{xx}_k - V^{xu}_k \cdot V^{uu\,-1}_k \cdot V^{ux}_k \\ b_k &:= (V^{xs}_k - V^{xu}_k \cdot V^{uu\,-1}_k \cdot V^{us}_k) \cdot s_k \\ \gamma_k &:= s^{T}_k \cdot (V^{ss}_k - V^{su}_k \cdot V^{uu\,-1}_k \cdot V^{us}_k) \cdot s_k \end{aligned}$$

$$V_k^{yy} := \begin{pmatrix} W_k^{uu}+\Gamma_k^T\cdot Q_{k+1}\cdot\Gamma_k & W_k^{ux}+\Gamma_k^T\cdot Q_{k+1}\cdot\Phi_k & W_k^{ur}+\Gamma_k^T\cdot Q_{k+1}\cdot\Pi_k & W_k^{ul}+\Gamma_k^T\cdot Q_{k+1}\cdot\Theta_k+\Gamma_k^T\cdot b_{k+1} \\ W_k^{xu}+\Phi_k^T\cdot Q_{k+1}\cdot\Gamma_k & W_k^{xx}+\Phi_k^T\cdot Q_{k+1}\cdot\Phi_k & W_k^{xr}+\Phi_k^T\cdot Q_{k+1}\cdot\Pi_k & W_k^{xl}+\Phi_k^T\cdot Q_{k+1}\cdot\Theta_k+\Phi_k^T\cdot b_{k+1} \\ W_k^{ru}+\Pi_k^T\cdot Q_{k+1}\cdot\Gamma_k & W_k^{rx}+\Pi_k^T\cdot Q_{k+1}\cdot\Phi_k & W_k^{rr}+\Pi_k^T\cdot Q_{k+1}\cdot\Pi_k & W_k^{rl}+\Pi_k^T\cdot Q_{k+1}\cdot\Theta_k+\Pi_k^T\cdot b_{k+1} \\ W_k^{lu}+\Theta_k^T\cdot Q_{k+1}\cdot\Gamma_k+b_{k+1}^T\cdot\Gamma_k & W_k^{lx}+\Theta_k^T\cdot Q_{k+1}\cdot\Phi_k+b_{k+1}^T\cdot\Phi_k & W_k^{lr}+\Theta_k^T\cdot Q_{k+1}\cdot\Pi_k+b_{k+1}^T\cdot\Pi_k & W_k^{ll}+\Theta_k^T\cdot Q_{k+1}\cdot\Theta_k+\Theta_k^T\cdot b_{k+1}+b_{k+1}^T\cdot\Theta_k+\gamma_{k+1} \end{pmatrix}$$

Analog zu (1.13) und (1.14) ist

(1.25) $g_k(x_k,u_k) = y_k^T \cdot V_k^{yy} \cdot y_k = u_k^T \cdot V_k^{uu} \cdot u_k + 2 \cdot u_k^T \cdot V_k^{uv} \cdot v_k + v_k^T \cdot V_k^{vv} \cdot v_k$

Alle folgenden Überlegungen des ersten Schrittes können übertragen werden. Damit ergibt sich

(1.26)
$$u_k^* = -V_k^{uu\,-1} \cdot V_k^{uv} \cdot v_k$$
$$u_k^* = -V_k^{uu\,-1} \cdot (V_k^{ux} \cdot x_k + V_k^{ur} \cdot r_k + V_k^{ul})$$

als optimale Politik. Die Existenz der Inversen $V_k^{uu\,-1}$ ist gesichert und aus der positiven Definitheit von V_k^{uu} folgt, daß bei u_k^* eine Minimalstelle von $g_k(x_k,u_k)$ vorliegt. Es ist dann

$$f_k(x_k) := g_k(x_k,u_k^*)$$
$$f_k(x_k) = v_k^T \cdot (V_k^{vv} - V_k^{vu} \cdot V_k^{uu\,-1} \cdot V_k^{uv}) \cdot v_k$$
$$f_k(x_k) = x_k^T \cdot Q_k \cdot x_k + 2 \cdot x_k^T \cdot b_k + \gamma_k$$

mit den Definitionen (1.24). Q_k ist ebenfalls positiv semidefinit. Damit ist gezeigt, daß die optimale Politik eine lineare Funktion und die Wertfunktion $f_k(x_k)$ eine quadratische Funktion des Zustands x_k sind.

1.1.2 Das stochastische Modell mit unbeschränktem Entscheidungsraum

In diesem Modell lautet die Optimierungsaufgabe

(1.27) Minimiere C_{st} (1.6)

unter der Dynamischen Nebenbedingung (1.4).

Im Gegensatz zum Abschnitt 1.1.1 sehen wir r_k als stochastische Variable an. Es wird vorausgesetzt, daß alle auftretenden Erwartungswerte existieren.

Wir führen verkürzende Schreibweisen ein

(1.28) $r^k := (x_o, r_o, r_1, \ldots, r_k)$ für k = O(1)N-2

$r^{-1} := x_o$

Es ist $r^k \in \mathbb{R}^{n+(k+1)\cdot n'}$ für k = -1(1)N-2 .

Für die bedingten Erwartungswerte von r_k, s_k und v_k wollen wir schreiben

(1.29) $\hat{p}_k := E\{p_k/r^{k-1}\}$ für $p \in \{r,s,v\}$ und k = O(1)N-1

Wir wenden auch hier das Verfahren der Dynamischen Programmierung an. Wir definieren

(1.30)
$$f_N(x_N) := E\{v_N^T \cdot W_N^{vv} \cdot v_N/r^{N-1}\}$$
$$g_k(x_k,u_k) := E\{y_k^T \cdot W_k^{yy} \cdot y_k + f_{k+1}(T_k \cdot y_k)/r^{k-1}\}$$
$$f_k(x_k) := \min\{g_k(x_k,u_k)/u_k \in U_k\}$$
für k = N-1(-1)O

1. Schritt = (N-1)-te Stufe

$$g_{N-1}(x_{N-1},u_{N-1}) = E\{y_{N-1}^T \cdot W_{N-1}^{yy} \cdot y_{N-1} + y_{N-1}^T \cdot T_{N-1}^T \cdot W_N^{xx} \cdot T_{N-1} \cdot y_{N-1} + 2 \cdot y_{N-1}^T \cdot T_{N-1}^T \cdot W_N^{xs} \cdot s_N + s_N^T \cdot W_N^{ss} \cdot s_N/r^{N-2}\}$$

Dabei ist berücksichtigt worden, daß

(1.31) $E\{E\{p/r^k\}/r^{k-1}\} = E\{p/r^{k-1}\}$

gilt. Es ist dann

$$g_{N-1}(x_{N-1},u_{N-1}) = E\{y_{N-1}^T \cdot V_{N-1}^{yy} \cdot y_{N-1}/r^{N-2}\}$$

mit V_{N-1}^{yy} aus (1.15) und weiter

(1.32) $$g_{N-1}(x_{N-1},u_{N-1}) = u_{N-1}^T \cdot V_{N-1}^{uu} \cdot u_{N-1} + 2 \cdot u_{N-1}^T \cdot (V_{N-1}^{ux} \cdot x_{N-1} + V_{N-1}^{ur} \cdot \hat{r}_{N-1} + E\{V_{N-1}^{ul}/r^{N-2}\}) + E\{v_{N-1}^T \cdot V_{N-1}^{vv} \cdot v_{N-1}/r^{N-2}\}$$

Analog zu (1.16) und (1.17) finden wir die optimale Entscheidung

u_{N-1}^*

(1.33) $u^*_{N-1} = -V^{uu\,-1}_{N-1} \left[V^{ux}_{N-1} \cdot x_{N-1} + V^{ur}_{N-1} \cdot \hat{r}_{N-1} + E\{V^{ul}_{N-1}/r^{N-2}\}\right]$

Weil V^{uu}_{N-1} positiv definit ist, ist u^*_{N-1} Minimalstelle von $g_{N-1}(x_{N-1},u_{N-1})$. Wir vergleichen (1.33) mit (1.18). Wieder ist u^*_{N-1} eine lineare Funktion des Zustands x_{N-1}. An die Stelle von r_{N-1} und r_N in (1.18) treten in (1.33) die bedingten Erwartungswerte $\hat{r}_{N-1} = E\{r_{N-1}/r^{N-2}\}$ und $E\{r_N/r^{N-2}\}$, denn es ist (vgl. (1.15))

$$V^{ul}_{N-1} = W^{ul}_{N-1} + \Gamma^T_{N-1} \cdot W^{xx}_N \cdot \Theta_{N-1} + \Gamma^T_{N-1} \cdot W^{xr}_N \cdot r_N + \Gamma^T_{N-1} \cdot W^{xl}_N$$

In dieser Definitionsgleichung ist nur r_N eine stochastische Variable. Daher ist

$$E\{V^{ul}_{N-1}/r^{N-2}\} = W^{ul}_{N-1} + \Gamma^T_{N-1} \cdot W^{xx}_N \cdot \Theta_{N-1} + \Gamma^T_{N-1} \cdot W^{xr}_N \cdot E\{r_N/r^{N-2}\} + \Gamma^T_{N-1} \cdot W^{xl}_N$$

Wir berechnen $f_{N-1}(x_{N-1})$ aus (1.30), (1.32) und (1.33)

$$f_{N-1}(x_{N-1}) := g_{N-1}(x_{N-1},u^*_{N-1})$$

$$\begin{aligned} f_{N-1}(x_{N-1}) &= E\{v^T_{N-1} \cdot V^{vv}_{N-1} \cdot v_{N-1}/r^{N-2}\} \\ &\quad - \left[x^T_{N-1} \cdot V^{xu}_{N-1} + \hat{r}^T_{N-1} \cdot V^{ru}_{N-1} + E\{V^{lu}_{N-1}/r^{N-2}\}\right] \cdot V^{uu\,-1}_{N-1} \\ &\quad \cdot \left[V^{ux}_{N-1} \cdot x_{N-1} + V^{ur}_{N-1} \cdot \hat{r}_{N-1} + E\{V^{ul}_{N-1}/r^{N-2}\}\right] \end{aligned}$$

$$f_{N-1}(x_{N-1}) = x^T_{N-1} \cdot Q_{N-1} \cdot x_{N-1} + 2 \cdot x_{N-1} \cdot b_{N-1} + \gamma_{N-1}$$

mit

Q_{N-1} wie in (1.20)

(1.34)
$$b_{N-1} := \left[V^{xr}_{N-1} - V^{xu}_{N-1} \cdot V^{uu\,-1}_{N-1} \cdot V^{ur}_{N-1}\right] \cdot \hat{r}_{N-1} + E\{V^{xl}_{N-1} - V^{xu}_{N-1} \cdot V^{uu\,-1}_{N-1} \cdot V^{ul}/r^{N-2}\}$$

$$\gamma_{N-1} := E\{s^T_{N-1} \cdot V^{ss}_{N-1} \cdot s_{N-1}/r^{N-2}\} - E\{r^T_{N-1} \cdot V^{ru}_{N-1} + V^{lu}_{N-1}/r^{N-2}\} \cdot V^{uu\,-1}_{N-1} \cdot E\{V^{ur}_{N-1} \cdot r_{N-1} + V^{ul}_{N-1}/r^{N-2}\}$$

$f_{N-1}(x_{N-1})$ ist also hier ebenfalls eine quadratische Funktion des Zustands x_{N-1}. Da die Bedeutung von $f_{N-1}(x_{N-1})$ hier (vgl. (1.30)) von der im Abschnitt 1.1.1 (vgl. (1.13)) abweicht, verwundert es nicht, daß b_{N-1} und γ_{N-1} in (1.34) von den entsprechenden Größen in (1.20) verschieden sind. Für die nächsten Schritte ist es von großer Wichtigkeit, daß Q_{N-1} in beiden

Modellen übereinstimmt.

(N-k)-ter Schritt = k-te Stufe

Unter der Induktionsvoraussetzung, daß $f_{k+1}(x_{k+1})$ die Form

$$f_{k+1}(x_{k+1}) = x_{k+1}^T \cdot Q_{k+1} \cdot x_{k+1} + 2 \cdot x_{k+1}^T \cdot b_{k+1} + \gamma_{k+1}$$

hat, muß gezeigt werden, daß auch $f_k(x_k)$ entsprechend umgeformt werden darf.

Gegenüber dem Induktionsschluß in Abschnitt 1.1.1 sind folgende Modifikationen zu beachten

$$\begin{aligned} b_N &:= W_N^{xs} \cdot \hat{s}_N \\ \gamma_N &:= E\{s_N^T \cdot W_N^{ss} \cdot s_N / r^{N-1}\} \end{aligned} \tag{1.35}$$

und für $k < N$

$$\begin{aligned} b_k &:= \left[V_k^{xr} - V_k^{xu} \cdot V_k^{uu^{-1}} \cdot V_k^{ur}\right] \cdot \hat{r}_k + E\{V_k^{xl} - V_k^{xu} \cdot V_k^{uu^{-1}} \cdot V_k^{ul} / r^{k-1}\} \\ \gamma_k &:= E\{s_k^T \cdot V_k^{ss} \cdot s_k / r^{k-1}\} - E\{r_k^T \cdot V_k^{ru} + V_k^{lu} / r^{k-1}\} \cdot V_k^{uu^{-1}} \\ &\quad \cdot E\{V_k^{ur} \cdot r_k + V_k^{ul} / r^{k-1}\} \\ u_k^* &:= -V_k^{uu^{-1}} \cdot \left[V_k^{ux} \cdot x_k + V_k^{ur} \cdot \hat{r}_k + E\{V_k^{ul} / r^{k-1}\}\right] \end{aligned} \tag{1.36}$$

Die optimale Entscheidung u_k^* ist eine lineare Funktion des Zustands x_k. Wie der Vergleich mit (1.26) zeigt, kann der stochastische Prozeß optimal gesteuert werden, wenn die bedingten Erwartungswerte der stochastischen r_k an die Stelle der dort deterministischen r_k treten. Diese bedingten Erwartungswerte sind in diesem Modell daher Dynamische Sicherheitsäquivalente (vgl. KLEINDORFER und KLEINDORFER, KOIVO und HENDRICKS, WHITE, S. 110 ff.).

1.1.3 Anwendungsbeispiele

Wir wollen die Ergebnisse der Abschnitte 1.1.1 und 1.1.2 auf zwei bekannte Modelle übertragen, zu deren Lösung von den Autoren andere Verfahren als die Dynamische Programmierung eingesetzt worden sind. SIMON betrachtet folgendes Problem

$$\text{Minimiere } C = c_I \cdot \sum_{t=1}^{T} \left[I(t)-I_c\right]^2 + c_p \cdot \sum_{t=1}^{T} \left[P(t)-P_c\right]^2 + c_{PA} \cdot \sum_{t=1}^{T} \left[P(t) - P(t-1)\right]^2$$

$$\text{mit } I(t) = I(t-1) + P(t) - S(t) \quad \text{für } t = 1(1)\ T$$

c_I, c_P, c_{PA}, I_c und P_c sind bekannte Konstanten. I(t) ist der Lagerbestand am Ende der Periode t und P(t) das Produktionsniveau der Periode t, das ist die Menge, die in Periode t produziert und im Lager verfügbar wird. I(0) und P(0) sind fest vorgegeben. S(t) bezeichnet die Nachfrage in Periode t. Im Kriterium bedeuten

$c_I \cdot \left[I(t) - I_c\right]^2$ Kosten der Abweichung des Lagerendbestands I(t) vom vorgegebenen Wert I_c

$c_P \cdot \left[P(t) - P_c\right]^2$ Kosten der Abweichung des Produktionsniveaus P(t) vom vorgegebenen Wert P_c

$c_{PA} \cdot \left[P(t) - P(t-1)\right]^2$ Kosten der Änderung des Produktionsniveaus

Wir wollen das Problem auf die Form (1.12) bzw. (1.27) bringen. Am Anfang der Periode k kann der Zustand des Systems beschrieben werden durch

$$x_k := \begin{pmatrix} P(k-1) \\ I(k-1) \end{pmatrix} \quad \text{für } k = 1(1)T+1$$

d.h. jede Konstellation von Produktionsniveau P(k-1) und Lagerendbestand I(k-1) der Vorperiode ist ein möglicher Zustand des Systems. Der Lagerhalter entscheidet über die Änderung des Produktionsniveaus

$$u_k := P(k) - P(k-1) \quad \text{für } k = 1(1)T$$

Die Dimension des Zustandsraumes ist $n = 2$, die des Entscheidungsraumes $m = 1$.

Ferner ist $r_k := S_k$ für $k = 1(1)T$.

Die Störungen r_k liegen also in $\mathbb{R}^1$, d.h. es ist $n' = 1$.

Für $k = 1(1)N-1$ und $N = T+1$ ist hier (vgl. (1.2))

$$y_k := \begin{pmatrix} P(k)-P(k-1) \\ P(k-1) \\ I(k-1) \\ S(k) \\ 1 \end{pmatrix}$$

zu setzen. Die Dynamische Nebenbedingung (1.1) hat in diesem Modell die Form

$$x_{k+1} = \begin{pmatrix} x_{k+1}^{(1)} \\ x_{k+1}^{(2)} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} P(k) \\ I(k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P(k-1) & +P(k)-P(k-1) \\ I(k-1)+P(k-1)+P(k)-P(k-1)-S(k) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot x_k + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot u_k + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot r_k$$

Also ist in (1.3)

$$\Gamma_k = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \ \Phi_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \ \Pi_k = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \ 0_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

und

$$T_k = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Wir können jetzt das Kriterium auf die Form (1.5) bringen.

$$C = \sum_{k=1}^{N-1} \{c_I \cdot [I(k)-I_c]^2 + c_P \cdot [P(k)-P_c]^2 + c_{PA} \cdot [P(k)-P(k-1)]^2\}$$

$$C = \sum_{k=1}^{N-1} \{c_I \cdot [x_k^{(2)} + x_k^{(1)} + u_k - r_k - I_c]^2 + c_P \cdot [x_k^{(1)} + u_k - P_c]^2 + c_{PA} \cdot u_k^2\}$$

$$C = \sum_{k=0}^{N-1} y_k^T \cdot W_k^{yy} \cdot y_k + v_N^T \cdot W_N^{vv} \cdot v_N \ .$$

mit

$$W_N^{vv} = 0$$

$$W_0^{yy} = 0$$

und für k = 1(1)N-1

$$W_k^{yy} := \begin{pmatrix} c_I+c_P+c_{PA} & c_I+c_P & c_I & -c_I & -c_I \cdot I_c - c_P \cdot P_c \\ c_I+c_P & c_I+c_P & c_I & -c_I & -c_I \cdot I_c - c_P \cdot P_c \\ c_I & c_I & c_I & -c_I & -c_I \cdot I_c \\ -c_I & -c_I & -c_I & c_I & c_I \cdot I_c \\ -c_I \cdot I_c - c_P \cdot P_c & -c_I \cdot I_c - c_P \cdot P_c & -c_I \cdot I_c & c_I \cdot I_c & c_I \cdot I_c^2 + c_P \cdot P_c^2 \end{pmatrix}$$

Die Bedingung (1.10)

W_k^{uu} positiv definit

reduziert sich hier zu der Forderung

$$c_I + c_P + c_{PA} > 0$$

und

$$\begin{pmatrix} W_k^{uu} & W_k^{ux} \\ W_k^{xu} & W_k^{xx} \end{pmatrix} \text{ positiv semi-definit}$$

ist äquivalent zu

$$c_I \geq 0 \text{ und } c_P \geq 0 \text{ und } c_{PA} \geq 0.$$

Einen größeren Grad der Bekanntheit erreicht das Modell von HOLT, MODIGLIANI, MUTH und SIMON. Dort wird folgendes Problem diskutiert

Minimiere $E\{C\}$ mit $C = \sum_{t=1}^{T} C_t$ und

$$C_t = c_1 \cdot W_t + c_{13} \qquad \text{(Lohn)}$$
$$+ c_2 \cdot (W_t - W_{t-1} - c_{11})^2 \qquad \text{(Neueinstellung und Entlassung)}$$
$$+ c_3 \cdot (P_t - c_4 \cdot W_t)^2 + c_5 \cdot P_t - c_6 \cdot W_t + c_{12} \cdot P_t \cdot W_t \qquad \text{(Überstunden)}$$
$$+ c_7 (I_t - c_8 - c_9 \cdot S_t)^2 \qquad \text{(Lagerhaltung)}$$

unter den Nebenbedingungen $I_{t-1} + P_t - S_t = I_t$ für t=1(1)T

Dabei bedeuten $c_1, \ldots, c_{13}$ Konstanten, W_t die Zahl der verfügbaren Arbeitskräfte oder Mannperioden (z.B. Mann-Tage oder -Wochen), P_t die Produktionsmenge, S_t die Nachfrage in Periode t und I_t der Lagerbestand am Ende der Periode t.

Wir wollen dieses Problem auf die Form (1.27) bringen.
Am Anfang der Periode k gibt es ein Arbeitskräfte- und ein Lagerpotential. Daher kann der Zustand des Systems beschrieben werden durch

$$x_k := \begin{pmatrix} W_{k-1} \\ I_{k-1} \end{pmatrix} \qquad \text{für } k = 1(1)T+1$$

In diesem Modell sind sowohl die Produktionsmenge als auch die Änderung des Arbeitskräftepotentials Entscheidungsvariablen, also

$$u_k := \begin{pmatrix} W_k - W_{k-1} \\ P_k \end{pmatrix} \qquad \text{für } k = 1(1)\ T$$

Die Dimensionen des Entscheidungsraumes (m) und des Zustandsraumes(n) sind also gleich 2.
Ferner ist $r_k := S_k$ für $k = 1(1)\ T$.
Also ist $n' = 1$ wie im Modell von SIMON.
Die Bedeutung von y_k (1.2) ergibt sich hier aus der Definition

$$y_k := \begin{pmatrix} W_k - W_{k-1} \\ P_k \\ W_{k-1} \\ I_{k-1} \\ S_k \\ 1 \end{pmatrix}$$

Dann hat die Dynamische Nebenbedingung (1.1) folgendes Aussehen

$$x_{k+1} = \begin{pmatrix} W_k \\ I_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_k - W_{k-1} \\ P_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} W_{k-1} \\ I_{k-1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ S_k \end{pmatrix} = u_k + x_k + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} r_k$$

Es ist daher in (1.3)

$$\Gamma_k = \Phi_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \Pi_k = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \Theta_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$T_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Wir können jetzt analog zum vorigen Beispiel von SIMON verfahren, um das Kriterium auf die Form (1.6) zu bringen.
Es ist

$$W_N^{VV} = 0 \qquad \text{für } T + 1 = N$$

$$W_0^{YY} = 0$$

und für $k = 1(1)\ N-1$

$$W_k^{yy} := \begin{pmatrix} c_2+c_3\cdot c_4^2 & \frac{1}{2}\cdot c_{12}-c_3\cdot c_4 & c_3\cdot c_4^2 & 0 \\ \frac{1}{2}\cdot c_{12}-c_3\cdot c_4 & c_3+c_7 & \frac{1}{2}\cdot c_{12}-c_3\cdot c_4 & c_7 \\ c_3 c_4^2 & \frac{1}{2}\cdot c_{12}-c_3\cdot c_4 & c_3\cdot c_4^2 & 0 \\ 0 & c_7 & 0 & c_7 \\ 0 & -c_7\cdot(1+c_9) & 0 & -c_7\cdot(1+c_9) \\ \frac{1}{2}\cdot(c_1-c_6)-c_2\cdot c_{11} & \frac{1}{2}\cdot c_5-c_7\cdot c_8 & \frac{1}{2}\cdot(c_1-c_6) & -c_7\cdot c_8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}(c_1-c_6)-c_2\cdot c_{11} \\ -c_7\cdot(1+c_9) & \frac{1}{2}c_5-c_7\cdot c_8 \\ 0 & \frac{1}{2}\cdot(c_1-c_6) \\ -c_7\cdot(1+c_9) & -c_7\cdot c_8 \\ c_7\cdot(1+c_9)^2 & c_7\cdot c_8\cdot(1+c_9) \\ c_7\cdot c_8\cdot(1+c_9) & c_{13}+c_2\cdot c_{11}^2+c_7\cdot c_8^2 \end{pmatrix}$$

Die Bedingungen (1.10) der positiven Definitheit bzw. Semi-Definitheit bestimmter Hauptunterabschnittsmatrizen von W_k^{yy} lassen sich hier in Bedingungen an die Konstanten $c_1, \ldots, c_{13}$ umformen. Wir können also in beiden Modellen die Existenz Dynamischer Sicherheitsäquivalente auf dem Weg über das Verfahren der Dynamischen Programmierung bestätigen.

1.2 Das Produktionsglättungs- und Lagerhaltungsmodell

MIDLER untersucht ähnliche Modelle wie in Abschnitt 1.1 mit allgemeineren Kriterien, in die aber der Zustand nur linear eingeht. Sowohl zu der Klasse der Modelle, die in Abschnitt 1.1 betrachtet wurden, als auch zu der Klasse der von MIDLER untersuchten Modelle gehören die Fälle, bei denen im quadratischen Kriterium die Produkte aus Komponenten der Zustandsvariablen mit Komponenten der Zustands- und der Entscheidungsvariable fehlen, d.h. es kommen keine Terme x_1^2, $x_1 \cdot x_2$ oder $u_1 \cdot x_3$ vor, wenn $u^T=(u_1,u_2)$ und $x^T=(x_1,x_2,x_3)$ sind. Sowohl bei MIDLER als auch in Abschnitt 1.1 ist für diese Modelle die Existenz von Dynamischen Sicherheitsäquivalenten bewiesen. Darüberhinaus hat MIDLER modifizierte Modelle untersucht, bei denen zusätzlich lineare Beschränkungen der Art

$$\Lambda_k^T \cdot u_k \leq c_k$$

auf die Entscheidungsvariable u_k wirken.
Dabei ist Λ_k eine reelle (mxp)-Matrix und $c_k \in \mathbb{R}^p$. Der interessanteste Spezialfall ist der des Lagers, bei dem keine negativen Bestellungen möglich sind, d.h.

$$u_k \geq 0$$

Für die von ihm untersuchten Kriterien und diese linearen Beschränkungen des Entscheidungsraumes hat MIDLER die Existenz Dynamischer Sicherheitsäquivalente nachgewiesen.

Dieses Ergebnis gibt zu der Vermutung Anlaß, es könnten auch bei den in Abschnitt 1.1 untersuchten Modellen bei Beschränkung des Entscheidungsraumes Dynamische Sicherheitsäquivalente existieren, vielleicht nur in bestimmten Fällen.

Andererseits zeigen KUSHNER und SCHWEPPE, daß in ihrem Modell mit quadratischem Kriterium bei den Nebenbedingungen

$$|u_k| \leq 1$$

k e i n e Dynamische Sicherheitsäquivalente existieren.
Auch WHITE hält eine genaue Kenntnis der Wahrscheinlichkeitsdichte bzw. -verteilung der Nachfrage für unerläßlich.

Wir wollen untersuchen, ob und gegebenenfalls unter welchen Bedingungen in den Modellen Dynamische Sicherheitsäquivalente existieren, die aus den in Abschnitt 1.1 betrachteten entstehen, wenn als Entscheidungsraum

(1.37) $U_k := \{u_k \in \mathbb{R}^m : \Delta_k \cdot x_k + \Lambda_k^T \cdot u_k \leq c_k, c_k \in \mathbb{R}^{m_k'}\}$

angesehen wird. Unter diesen linearen Beschränkungen

$$\Delta_k \cdot x_k + \Lambda_k^T \cdot u_k \leq c_k$$

können die für die Lagerhaltung interessanten Fälle

$u_k \geq 0$ (keine negativen Bestellmengen)

$\Lambda_k^T \cdot u_k \leq c_k$ (beschränktes Einkaufsbudget)

$x_k + u_k \leq c_k$ (beschränkter Lagerraum)

zusammengefaßt werden. Es ist daher auch zugelassen, daß verschiedene dieser Nebenbedingungen nebeneinander erfüllt werden müssen. Mit $c_k \in \mathbb{R}^{m_k'}$ soll angedeutet werden, daß in verschiedenen Entscheidungsperioden unterschiedlich viele Nebenbedingungen eingezogen werden können. Auszuschließen ist nur der Fall, daß Λ_k^T Zeilen hat, die nur aus Nullen bestehen, d.h. es dürfen keine Nebenbedingungen der Art

$$\Delta_k' \cdot x_k \leq c_k'$$

vorkommen.

Diese Bedingungen lassen sich unter Verwendung von (1.4) schreiben

$$\Delta_k' \cdot T_{k-1} \cdot y_{k-1} \leq c_k'$$

oder

$$\Delta_k' \cdot \Gamma_k \cdot u_{k-1} \leq c_k' - \Delta_k' \cdot (\Phi_{k-1} \cdot x_{k-1} + \Pi_{k-1} \cdot r_{k-1} + \Theta_{k-1})$$

Wenn r_{k-1} eine stochastische Variable ist, sind diese Nebenbedingungen nicht sinnvoll, da bei entsprechender Koeffizientenmatrix Π_{k-1} ihre Erfüllung von der Realisierung von r_{k-1} abhängt, die aber im Entscheidungszeitpunkt noch nicht bekannt ist.

Es erscheint dann sinnvoller, Nebenbedingungen der Form

(1.39) $\text{Prob}(\Delta_k' \cdot x_k \leq c_k') \geq \alpha_k$

wie im Chance-Constrained Programming (SACHAN) zu untersuchen. (1.39) bedeutet, daß die Wahrscheinlichkeit der Einhaltung der Nebenbedingung (1.38) mindestens α_k sein soll. Der Entscheidungsraum U_k (1.37) ist eine Funktion des Zustands x_k. Wir wollen ausschließen, daß U_k für alle x_k leer ist, d.h. daß das System der beschränkenden Ungleichungen für alle x_k unverträglich ist.

1.2.1 Das deterministische Modell mit beschränktem Entscheidungsraum

Das Problem ist

(1.40) Minimiere C_{det} (1.5)
unter Beachtung der Dynamischen Nebenbedingung (1.4) und des beschränkten Entscheidungsraumes (1.37)

Wir wenden wieder das Verfahren der Dynamischen Programmierung an. Für $f_k(x_k)$ und $g_k(x_k,u_k)$ gelten die Definitionen (1.13), wobei jetzt U_k in (1.37) erklärt wird.

1. Schritt = (N-1)-te Stufe

Wie in (1.14) gilt

(1.41) $$g_{N-1}(x_{N-1},u_{N-1}) = u^T_{N-1}\cdot V^{uu}_{N-1}\cdot u_{N-1} + 2\cdot u^T_{N-1}\cdot V^{uv}_{N-1}\cdot v_{N-1} + v^T_{N-1}\cdot V^{vv}_{N-1}\cdot v_{N-1}$$

Wir suchen die Minimalstelle u^*_{N-1} von $g_{N-1}(x_{N-1},u_{N-1})$ unter den Nebenbedingungen

(1.42) $$\Lambda^T_k \cdot u_k \leqq c_k - \Delta_k \cdot x_k \quad \text{für } k = N-1$$

Es ist bekannt, daß die Minimierung unter Nebenbedingungen aufwendiger ist als die Bestimmung eines freien Extremums. Hier handelt es sich um ein Problem der Quadratischen Programmierung. Für festes x_{N-1} ist die quadratische Funktion $g_{N-1}(x_{N-1},u_{N-1})$ zu minimieren unter Beachtung von m' linearen Nebenbedingungen. Über Algorithmen zur Lösung dieser Aufgabe gibt es eine umfangreiche Literatur (etwa BEALE, BOOT, BRAITSCH, FINKBEINER und KALL, FRANK und WOLFE, KÜNZI und KRELLE, van de PANNE und WHINSTON, WOLFE).

Wir interessieren uns zusätzlich für den f u n k t i o n a l e n Zusammenhang zwischen u^*_{N-1} und x_{N-1}. Für variables x_{N-1}

kann das Problem als quadratisches Programm mit parametrisierter rechter Seite angesehen werden.
WERNER hat gezeigt, daß

(1.43)
(a) der Definitionsbereich von u^*_{N-1} konvex ist, d.h. die Menge der x_{N-1}, für die u^*_{N-1} existiert
(b) u^*_{N-1} über dem Definitionsbereich konvex ist als Funktion von x_{N-1}
(c) u^*_{N-1} über dem Definitionsbereich stetig ist als Funktion von x_{N-1}

Nach KÜNZI und KRELLE (S.71) müssen Vektoren h_{N-1} und $q_{N-1} \in \mathbb{R}^{m_{N-1}}$ existieren und zusammen mit u^*_{N-1} die folgenden KUHN-TUCKER-Bedingungen erfüllen, damit u^*_{N-1} notwendig und hinreichend die gesuchte Minimalstelle von $g_{N-1}(x_{N-1},u_{N-1})$ ist. Die Lösung von (1.41) und (1.42) ist also äquivalent mit der Lösung von

(1.44)
(a) $\Lambda^T_{N-1} \cdot u^*_{N-1} + q_{N-1} = c_{N-1} - \Delta_{N-1} \cdot x_{N-1}$
(b) $V^{uu}_{N-1} \cdot u^*_{N-1} + \Lambda_{N-1} \cdot h_{N-1} = -V^{uv}_{N-1} \cdot v_{N-1}$
(c) $q^T_{N-1} \cdot h_{N-1} = 0$
(d) $q_{N-1} \geq 0$
(e) $h_{N-1} \geq 0$

Die positive Definitheit von V^{uu}_{N-1} (vgl. auch Abschnitt 1.1) sichert die Existenz der Inversen $V^{uu^{-1}}_{N-1}$. Wir dürfen daher (1.44)(b) mit $\Lambda^T_{N-1} \cdot V^{uu^{-1}}_{N-1}$ multiplizieren und von (1.44)(a) subtrahieren.

(1.45) $$q_{N-1} - \Lambda^T_{N-1} \cdot V^{uu^{-1}}_{N-1} \cdot \Lambda_{N-1} \cdot h_{N-1} = c_{N-1} - \Delta_{N-1} \cdot x_{N-1} + \Lambda^T_{N-1} \cdot V^{uu^{-1}}_{N-1} \cdot V^{uv}_{N-1} \cdot v_{N-1}$$

Die Anwendung der Identität

$$V^{uv}_{N-1} \cdot v_{N-1} = V^{ux}_{N-1} \cdot x_{N-1} + V^{ur}_{N-1} \cdot r_{N-1} + V^{ul}_{N-1}$$

führt auf

$$(1.46)\quad q_{N-1}-\Lambda_{N-1}^{T}\cdot V_{N-1}^{uu^{-1}}\cdot\Lambda_{N-1}\cdot h_{N-1}=c_{N-1}+\Lambda_{N-1}^{T}\cdot V_{N-1}^{uu^{-1}}\cdot(V_{N-1}^{ur}\cdot r_{N-1}+V_{N-1}^{ul})$$
$$+(\Lambda_{N-1}^{T}\cdot V_{N-1}^{uu^{-1}}\cdot V_{N-1}^{ux}-\Delta_{N-1})\cdot x_{N-1}$$

Eine Linearkombination aus q_{N-1} und h_{N-1} (linke Seite) ist also eine lineare Funktion von x_{N-1} (rechte Seite in (1.46)). Wir multiplizieren in (1.46) alle Summanden von links mit $(-h_{N-1}^{T})$ und erhalten unter Beachtung von (1.44)(c)

$$(1.47)\quad h_{N-1}^{T}\cdot\Lambda_{N-1}^{T}\cdot V_{N-1}^{uu^{-1}}\cdot\Lambda_{N-1}\cdot h_{N-1}=h_{N-1}^{T}\cdot(\Delta_{N-1}-\Lambda_{N-1}^{T}\cdot V_{N-1}^{uu^{-1}}\cdot V_{N-1}^{ux})\cdot x_{N-1}$$
$$-h_{N-1}^{T}\cdot(c_{N-1}+\Lambda_{N-1}^{T}\cdot V_{N-1}^{uu^{-1}}\cdot(V_{N-1}^{ur}\cdot r_{N-1}+V_{N-1}^{ul}))$$

Eine quadratische Form von h_{N-1} (linke Seite) ist also gleich dem Produkt aus h_{N-1} und einer linearen Funktion von x_{N-1}.

Aus (1.46) und (1.47) ergibt sich, daß h_{N-1} und q_{N-1} stückweise lineare Funktionen von x_{N-1} sind. Dann folgt aus (1.43) und (1.44)(b), daß

(1.48) u_{N-1}^{*} über dem konvexen Definitionsbereich eine stückweise lineare, stetige und konvexe Funktion von x_{N-1} ist.

Damit wird $f_{N-1}(x_{N-1})$ eine stückweise quadratische, stetige und konvexe Funktion von x_{N-1} über dem Definitionsbereich von u_{N-1}^{*}. Sind h_{N-1} und q_{N-1} aus (1.46), (1.44)(c), (d) und (e) ermittelt, folgt

$$(1.49)\quad u_{N-1}^{*}=-V_{N-1}^{uu^{-1}}\cdot(V_{N-1}^{uv}\cdot v_{N-1}+\Lambda_{N-1}\cdot h_{N-1})$$

$$f_{N-1}(x_{N-1})=v_{N-1}^{T}\cdot(V_{N-1}^{vv}-V_{N-1}^{vu}\cdot V_{N-1}^{uu^{-1}}\cdot V_{N-1}^{uv})\cdot v_{N-1}+h_{N-1}^{T}$$
$$\cdot\Lambda_{N-1}^{T}\cdot V_{N-1}^{uu^{-1}}\cdot\Lambda_{N-1}\cdot h_{N-1}$$

Der Fall $h_{N-1}=0$ bedeutet, daß das gefundene Optimum von den Nebenbedingungen nicht beeinflußt wird. Für diesen Fall stimmt (1.49) mit den Ergebnissen in Abschnitt 1.1.1 überein. Wegen der positiven Definitheit von V_{N-1}^{uu} ist stets

$$(1.50)\quad h_{N-1}^{T}\cdot\Lambda_{N-1}^{T}\cdot V_{N-1}^{uu^{-1}}\cdot\Lambda_{N-1}\cdot h_{N-1}\geq 0$$

Für $\Lambda_{n-1}\cdot h_{N-1}\neq 0$ gilt sogar ">0". Der Summand $-V_{N-1}^{uu^{-1}}\cdot\Lambda_{N-1}\cdot h_{N-1}$ gibt in u_{N-1}^{*} die Abweichung vom freien Optimum an, die durch die Nebenbedingungen erzwungen wird. Durch diese Abweichung verschlechtert sich $f_{N-1}(x_{N-1})$ um $h_{N-1}^{T}\cdot\Lambda_{N-1}^{T}\cdot V_{N-1}^{uu^{-1}}\cdot\Lambda_{N-1}\cdot h_{N-1}$.

2. Schritt = (N-2)-te Stufe des Dynamischen Programms

Es ist

(1.51) $g_{N-2}(x_{N-2}, u_{N-2}) = y_{N-2}^T \cdot W_{N-2}^{yy} \cdot y_{N-2} + f_{N-1}(T_{N-2} \cdot y_{N-2})$

unter den Nebenbedingungen

$$\Delta_{N-2} \cdot x_{N-2} + \Lambda_{N-2}^T \cdot u_{N-2} \leq c_{N-2}$$

zu minimieren. Da $f_{N-1}(x_{N-1})$ nur stückweise quadratisch in x_{N-1} ist, sind Fallunterscheidungen notwendig. Es muß also jeweils von Knickstelle zu Knickstelle eine andere quadratische Funktion minimiert werden. Wir wollen zwei Beispiele diskutieren.

Beispiel 1

Minimiere $C_{det} = x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + u_0^2 + u_1^2$

$x_{k+1} = x_k + u_k - r_k$ für k = 0,1

$r_k = 0$ für k = 0,1

$u_k \geq 0$ für k = 0,1

Mit N = 2 (Anzahl der Entscheidungsperioden),

$$W_k^{yy} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{für } k = 0,1$$

$$W_2^{vv} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\Gamma_k = \Phi_k = 1$, $\Pi_k = -1$, $\Theta_k = 0$ für k = 0,1

$\Delta_k = 0$, $\Lambda_k = -1$, $c_k = 0$ für k = 0,1

ist dieses Problem auf den Typ (1.40) zurückgeführt worden. Es ist dann im 1. Schritt das Minimum von

$$g_1(x_1, u_1) := x_1^2 + u_1^2 + (x_1 + u_1 - r_1)^2$$

unter der Nebenbedingung

$$u_1 \geq 0$$

zu finden. Dabei ist $x_2 = x_1 + u_1 - r_1$ eingesetzt worden.

Mit $r_1 = 0$ ergibt sich

$$g_1(x_1,u_1) = 2 \cdot u_1^2 + 2 \cdot u_1 \cdot x_1 + 2 \cdot x_1^2$$

Der Vergleich mit (1.41) zeigt, daß hier

$$V_1^{uu} = 2 \ , \ V_1^{uv} \cdot v_1 = x_1 \ , \ v_1^T \cdot V_1^{vv} \cdot v_1 = 2 \cdot x_1^2$$

Die KUHN-TUCKER-Bedingungen (1.44) haben hier die Form

(a) $-u_1^* + q_1 = 0$

(b) $2 \cdot u_1^* - h_1 = -x_1$

(c) $q_1 \cdot h_1 = 0$

(d) $q_1 \geq 0$

(e) $h_1 \geq 0$

Gleichung (1.45) heißt dann

$$q_1 - \frac{1}{2} \cdot h_1 = -\frac{1}{2} x_1$$

Hieraus ergibt sich unter Beachtung der KUHN-TUCKER-Bedingungen (c),(d) und (e)

$$q_1 = 0 \ , \ h_1 = x_1 \ , \ u_1^* = 0 \qquad \text{für } x_1 \geq 0$$

$$q_1 = -\frac{1}{2} \cdot x_1, \ h_1 = 0 \ , \ u_1^* = -\frac{1}{2} x_1 \qquad \text{für } x_1 < 0$$

$$u_1^* = \begin{cases} -\frac{1}{2} x_1 & \text{für } -\infty < x_1 < 0 \\ 0 & \text{für } 0 \leq x_1 < +\infty \end{cases}$$

Wir setzen in $g_1(x_1,u_1)$ ein und erhalten

$$f_1(x_1) := g_1(x_1,u_1^*) = \begin{cases} \frac{3}{2} x_1^2 & \text{für } -\infty < x_1 < 0 \\ 2 x_1^2 & \text{für } 0 \leq x_1 < +\infty \end{cases}$$

u_1^* ist über der ganzen reellen Achse definiert, der Definitionsbereich von u_1^* ist daher konvex (vgl. (1.43)(a)).
u_1^* ist über dem Definitionsbereich eine konvexe Funktion von x_1 (vgl. (1.43)(b)).
u_1^* ist über dem Definitionsbereich eine stetige Funktion von x_1 (vgl. (1.43)(c)).
u_1^* ist über dem Definitionsbereichb eine stückweise lineare Funktion von x_1 (vgl. (1.48)).
$f_1(x_1)$ ist eine über dem Definitionsbereich von u_1^* konvexe stetige, stückweise quadratische Funktion von x_1.

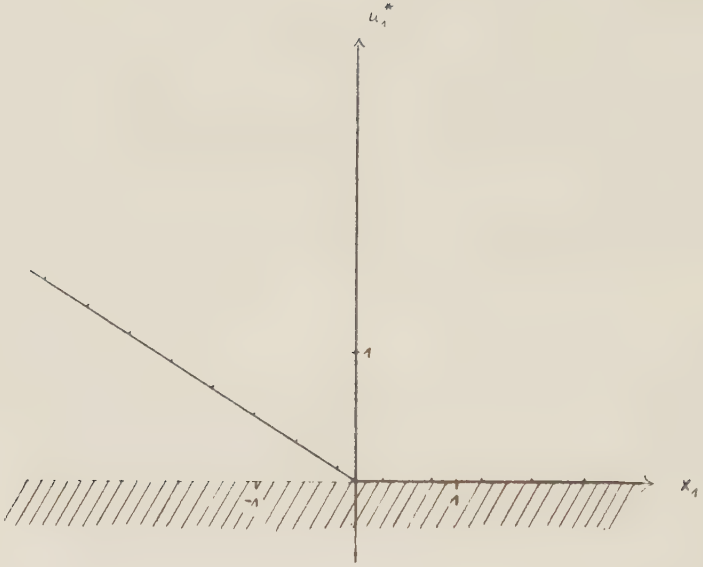


Abb. 1.1 Die optimale Entscheidung der 2. Stufe als Funktion des Zustands

Im 2. Schritt des Dynamischen Programms suchen wir das Minimum von

$$g_o(x_o,u_o) := x_o^2 + u_o^2 + f_1(x_o+u_o-r_o)$$

unter der Nebenbedingung

$$u_o \geq 0$$

Mit $r_o = 0$ erhalten wir

$$g_o(x_o,u_o) = \begin{cases} \frac{5}{2}\cdot u_o^2 + 3\cdot u_o\cdot x_o + \frac{5}{2}\cdot x_o^2 & \text{für } -\infty < x_o+u_o < 0 \\ 3\cdot u_o^2 + 4\cdot u_o\cdot x_o + 3\cdot x_o^2 & \text{für } 0 \leq x_o+u_o < +\infty \end{cases}$$

Wir betrachten zunächst den Bereich $-\infty < x_o + u_o < 0$.
Hier ist

$$V_o^{uu} = \frac{5}{2}\,,\quad V_o^{uv} \cdot v_o = \frac{3}{2} \cdot x_o.\ \text{Es ist}\ \Lambda_o = -1,\ \Delta_o = 0$$

und $c_o = 0$.
Damit erhalten wir analog zu (1.45)

$$q_o - \frac{2}{5} \cdot h_o = -\frac{3}{5} \cdot x_o$$

Wie im ersten Schritt errechnen wir

$$u_o^* = \begin{cases} -\frac{3}{5} \cdot x_o & \text{für } -\infty < x_o < 0 \\ 0 & \text{für } 0 \leq x_o < +\infty \end{cases}$$

Es ist die Bedingung $-\infty < x_o + u_o^* < 0$ zu prüfen.

(a) $-\infty < x_o < 0 \Rightarrow x_o + u_o^* = \frac{2}{5} \cdot x_o$ und $-\infty < x_o + u_o^* < 0$

(b) $0 \leq x_o < +\infty \Rightarrow x_o + u_o^* = x_o$ also nicht $-\infty < x_o + u_o^* < 0$

Wir haben daher die optimale Lösung nur im Bereich $-\infty < x_o < 0$.
Wir betrachten jetzt den Bereich $0 \leq x_o + u_o < +\infty$. Hier ist $V_o^{uu} = 3$ und $V_o^{uv} \cdot v_o = 2 \cdot x_o$. Gleichung (1.45) nimmt dann die Form an

$$q_o - \frac{1}{3} \cdot h_o = -\frac{2}{3} \cdot x_o$$

Es ist dann

$$u_o^* = \begin{cases} -\frac{2}{3} \cdot x_o & \text{für } -\infty < x_o < 0 \\ 0 & \text{für } 0 \leq x_o < +\infty \end{cases}$$

Wir prüfen die Bedingung $0 \leq x_o + u_o^* < +\infty$ und finden, daß diese für $u_o^* = -\frac{2}{3} x_o$ und $-\infty < x_o < 0$ nicht erfüllt ist, während sie mit $u_o^* = 0$ und $0 \leq x_o < +\infty$ vereinbar ist. Die optimale Entscheidung ist also

$$u_o^* = \begin{cases} -\frac{3}{5} \cdot x_o & \text{für } -\infty < x_o < 0 \\ 0 & \text{für } 0 \leq x_o < +\infty \end{cases}$$

und es ist

$$f_o(x_o) := g_o(x_o, u_o^*) = \begin{cases} \frac{8}{5} \cdot x_o^2 & \text{für } -\infty < x_o < 0 \\ 3 \cdot x_o^2 & \text{für } 0 \leq x_o < +\infty \end{cases}$$

Abb. 1.2 gibt die Entwicklung des Lagerbestandes bei Anwendung der optimalen Politik wieder.

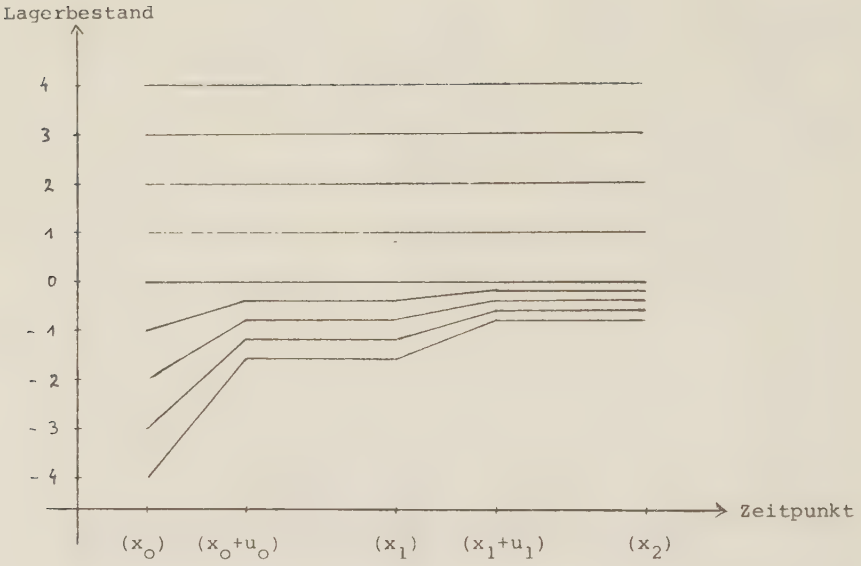


ABB. 1.2 Entwicklung des Lagerbestandes bei optimaler Politik in Beispiel 1

Beispiel 2

Minimiere $C_{det} = x_o^2 + x_1^2 + x_2^2 + u_o^2 + u_1^2$

$x_{k+1} = x_k + u_k - r_k$ für k = 0,1

$u_k \geq 0$ für k = 0,1

$x_k + u_k \leq c_k'$ für k = 0,1

$c_1' = 11,\ r_1 = 10$

$c_o' = 10,\ r_o = 11$

Die Kostenfunktion C_{det} und die Dynamische Nebenbedingung lassen sich wie im Beispiel 1 auf die Form (1.40) zurückführen. Abweichend von Beispiel 1 ist hier

$$A_k^T = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \Delta_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad c_k = \begin{pmatrix} 0 \\ c_k' \end{pmatrix} \qquad \text{für } k = 0,1$$

Im 1. Schritt ist das Minimum von

$$g_1(x_1,u_1) := x_1^2 + u_1^2 + (x_1 + u_1 - r_1)^2$$

zu suchen unter den Nebenbedingungen

$$u_1 \geq 0$$

$$x_1 + u_1 \leq 11$$

mit $r_1 = 10$. Es ist dann

$$g_1(x_1,u_1) = 2u_1^2 + 2u_1\cdot(x_1-10) + x_1^2 + (x_1-10)^2$$

Aus dem Vergleich mit (1.41) schließen wir, daß

$$V_1^{uu} = 2 \quad \text{und} \quad V_1^{uv} \cdot v_1 = x_1 - 10$$

Die KUHN-TUCKER-Bedingungen lauten hier

(a)	1)	$-u_1^* + q_1$	$= 0$
(a)	2)	$u_1^* + q_2$	$= 11-x_1$
(b)		$2u_1^* - h_1+h_2$	$= 10-x_1$
(c)		$q_1\cdot h_1+q_2\cdot h_2$	$= 0$
(d)	1)	q_1	≥ 0
(d)	2)	q_2	≥ 0
(e)	1)	h_1	≥ 0
(e)	2)	h_2	≥ 0

Analog zu (1.45) erhalten wir daraus

$$\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot (-1\ 1) \cdot \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 11 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot x_1 + \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot (x_1-10)$$

$$2\cdot q_1 - h_1 + h_2 = 10 - x_1$$

$$2\cdot q_2 + h_1 - h_2 = 12 - x_1$$

Die KUHN-TUCKER-Bedingungen (c), (d)1),(d)2), (e)1) und (e)2) bedingen die folgende Fallunterscheidung

(1) $h_1 = h_2 = 0$

$$\left.\begin{array}{l} q_1 = 5-\frac{1}{2}x_1 \ , \ q_1 \geq 0 \Rightarrow x_1 \leq 10 \\ q_2 = 6-\frac{1}{2}x_1 \ , \ q_2 \geq 0 \Rightarrow x_1 \leq 12 \end{array}\right\} - \infty < x_1 \leq 10$$

(2) $h_1 = q_2 = 0$

$q_1 = 11 - x_1$, $q_1 \geq 0 \Rightarrow x_1 \leq 11$

$h_2 = x_1 - 12$, $h_2 \geq 0 \Rightarrow x_1 \geq 12$

(3) $h_2 = q_1 = 0$

$h_1 = x_1 - 10$, $h_1 \geq 0 \Rightarrow x_1 \geq 10$

$q_2 = 11 - x_1$, $q_2 \geq 0 \Rightarrow x_1 \geq 11$

$\Big\}\ 10 \leq x_1 \leq 11$

(4) $q_1 = q_2 = 0$

$h_1 - h_2 = 12 - x_1 = x_1 - 10 \Rightarrow x_1 = 11$

$$u_1^* = \begin{cases} 5 - \frac{1}{2}x_1 & \text{für } -\infty < x_1 \leq 10 \\ 0 & \text{für } 10 < x_1 \leq 11 \end{cases}$$

$$f_1(x_1) := g_1(x_1, u_1^*) = \begin{cases} \frac{3}{2}\cdot x_1^2 - 10\cdot x_1 + 50 & \text{für } -\infty < x_1 \leq 10 \\ 2\cdot x_1^2 - 20\cdot x_1 + 100 & \text{für } 10 < x_1 \leq 11 \end{cases}$$

u_1^* ist hier nur über dem Intervall $(-\infty,11]$ definiert, das konvex ist (vgl. (1.43)(a))

u_1^* ist eine konvexe, stetige, stückweise lineare Funktion von x_1 über diesem Definitionsbereich $(-\infty,11]$ (vgl. (1.48))
$f_1(x_1)$ ist über diesem Definitionsbereich eine konvexe, stetige, stückweise quadratische Funktion von x_1.

Im 2. Schritt suchen wir das Minimum der Funktion

$$g_0(x_0,u_0) := x_0^2 + u_0^2 + f_1(x_1 + u_1 - r_1)$$

unter den Nebenbedingungen

$u_0 \geq 0$

$u_0 + x_0 \leq 10$

Mit $r_0 = 11$ ergibt sich

$$g_0(x_0,u_0) = x_0^2 + u_0^2 + \begin{cases} \frac{3}{2}\cdot(x_0+u_0-11)^2 - 10\cdot(x_0+u_0-11) + 50 & \text{für } -\infty < x_0+u_0 \leq 21 \\ 2\cdot(x_0+u_0-11)^2 - 20\cdot(x_0+u_0-11) + 100 & \text{für } 21 < x_0+u_0 \leq 22 \end{cases}$$

Der Rechenaufwand ist hier höher als beim Beispiel 1, weil zwei Nebenbedingungen zu beachten sind. Das Ergebnis ist (vgl.auch Abb.1.5)

$$u_0^* = \begin{cases} \frac{43}{5} - \frac{3}{5}\cdot x_0 & \text{für } -\infty < x_0 \leq \frac{7}{2} \\ 10 - x_0 & \text{für } \frac{7}{2} < x_0 \leq 10 \end{cases}$$

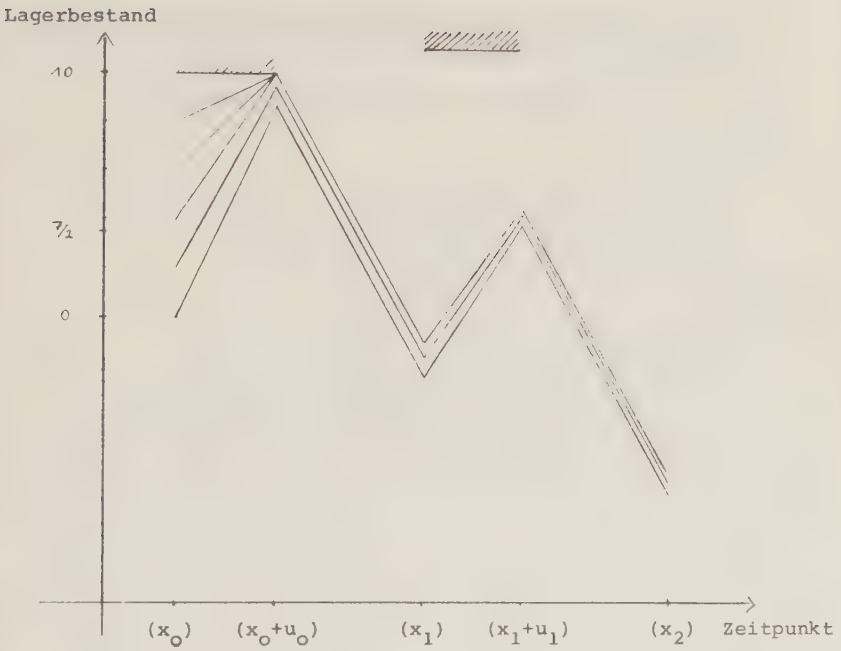


Abb. 1.3 Entwicklung des Lagerbestandes bei optimaler Politik in Beispiel 2 (////// Nebenbedingungen)

1.2.2 Das stochastische Modell mit beschränktem Entscheidungsraum

Die mit (1.40) vergleichbare Optimierungsaufgabe lautet hier

(1.52) Minimiere C_{st}

unter Beachtung der Dynamischen Nebenbedingung (1.4) und des beschränkten Entscheidungsraumes (1.37)

r_k bedeutet hier wieder die stochastische Nachfrage der Periode k.

$f_k(x_k)$ und $g_k(x_k,u_k)$ sind in (1.30) definiert unter Beachtung der Definition (1.37) für U_k.

1. Schritt = (N-1)-te Stufe des Dynamischen Programms

(1.32) tritt an die Stelle von (1.41). Dadurch ergibt sich gegenüber (1.44)b)

$$(1.53)\quad V^{uu}_{N-1}\cdot u^{*}_{N-1} + \Lambda_{N-1}\cdot h_{N-1} = -E\{V^{uv}_{N-1}\cdot v_{N-1}/r^{N-2}\}$$

(1.53) bildet zusammen mit (1.44) (a), (c), (d) und (e) das System der KUHN-TUCKER-Bedingungen. Anstelle (1.45) haben wir

$$(1.54)\quad q_{N-1}-\Lambda^{T}_{N-1}\cdot V^{uu^{-1}}_{N-1}\cdot\Lambda_{N-1}\cdot h_{N-1}=c_{N-1}-\Delta_{N-1}\cdot x_{N-1}+\Lambda^{T}_{N-1}\cdot V^{uu^{-1}}_{N-1}\cdot E\{V^{uv}_{N-1}\cdot v_{N-1}/r^{N-2}\}$$

Die Anwendung der Identität

$$E\{V^{uv}_{N-1}\cdot v_{N-1}/r^{N-2}\}=V^{ux}_{N-1}\cdot x_{N-1}+V^{ur}_{N-1}E\{r_{N-1}/r^{N-2}\}+E\{V^{ul}_{N-1}/r^{N-2}\}$$
$$=V^{ux}_{N-1}\cdot x_{N-1}+E\{V^{us}_{N-1}\cdot s_{N-1}/r^{N-2}\}$$

führt zu

$$(1.55)\quad q_{N-1}-\Lambda^{T}_{N-1}\cdot V^{uu^{-1}}_{N-1}\cdot\Lambda_{N-1}\cdot h_{N-1}=$$
$$c_{N-1}+\Lambda^{T}_{N-1}\cdot V^{uu^{-1}}_{N-1}\cdot(V^{ur}_{N-1}\cdot E\{r_{N-1}/r^{N-2}\}+E\{V^{ul}_{N-1}/r^{N-2}\})$$
$$+(\Lambda^{T}_{N-1}\cdot V^{uu^{-1}}_{N-1}\cdot V^{ux}_{N-1}-\Delta_{N-1})\cdot x_{N-1}$$

Der Vergleich mit (1.46) zeigt, daß $E\{r_{N-1}/r^{N-2}\}$ an die Stelle von r_{N-1} und $E\{V^{ul}_{N-1}/r^{N-2}\}$ an die Stelle von V^{ul}_{N-1} getreten sind. Die stochastischen Größen treten hier also wie im Fall ohne Nebenbedingungen nur mit ihren bedingten Erwartungswerten auf.

Das weitere Vorgehen erfolgt analog zu den Überlegungen im 1. Schritt des deterministischen Modells in Abschnitt 1.2.1 . Es ist

$$u^*_{N-1} = -V^{uu\,-1}_{N-1} \cdot (E\{V^{uv}_{N-1} \cdot v_{N-1}/r^{N-2}\} + \Lambda_{N-1} \cdot h_{N-1})$$

(1.56)

$$f_{N-1}(x_{N-1}) := g_{N-1}(x_{N-1}, u^*_{N-1}) = E\{v^T_{N-1} \cdot V^{vv}_{N-1} \cdot v_{N-1}/r^{N-2}$$

$$-E\{v^T_{N-1} \cdot V^{vu}_{N-1}/r^{N-2}\} \cdot V^{uu\,-1}_{N-1} \cdot E\{V^{uv}_{N-1} \cdot v_{N-1}/r^{N-2}\}$$

$$+h^T_{N-1} \cdot \Lambda^T_{N-1} \cdot V^{uu\,-1}_{N-1} \cdot \Lambda_{N-1} \cdot h_{N-1}$$

Hierbei ist zu beachten, daß h_{N-1} eine andere Bedeutung hat als in Abschnitt 1.2.1 . Trotzdem ist die Aussage (1.48) auch hier richtig. Daher ist ebenfalls $f_{N-1}(x_{N-1})$ eine konvexe, stetige, stückweise quadratische Funktion von x_{N-1} über dem konvexen Definitionsbereich von u^*_{N-1}. Wir werden zwei Beispiele diskutieren, die einen Vergleich mit den Beispielen 1 und 2 erlauben.

Beispiel 3

Minimiere $C_{st} = E\{x_o^2 + x_1^2 + x_2^2 + u_o^2 + u_1^2/x_o\}$

$x_{k+1} = x_k + u_k - r_k$ für k = 0,1

$u_k \geq 0$ für k = 0,1

diskrete Wahrscheinlichkeitsdichte $\phi(r_k/r^{k-1}) = \begin{cases} 0{,}5 \text{ für } r_k = -2 \text{ und } r_k = +2 \\ 0 \quad \text{sonst} \end{cases}$ für k = 0,1

Die Rückführung auf das Problem (1.52) gelingt analog zum Beispiel 1. Im ersten Schritt des Dynamischen Programms erhalten wir

$$g_1(x_1, u_1) := E\{x_1^2 + (x_1 + u_1 - r_1)^2 + u_1^2/r_o, x_o\}$$

Mit der Wahrscheinlichkeitsdichte $\phi(r_1/r_o, x_o)$ können die Erwartungswerte berechnet werden. Es ist

$$E\{r_1/r_o, x_o\} := \int_{-\infty}^{\infty} r_1 \cdot \phi(r_1/r_o, x_o)\, dr_1 = 0$$

$$E\{r_1^2/r_o, x_o\} := \int_{-\infty}^{\infty} r_1^2 \cdot \phi(r_1/r_o, x_o)\, dr_1 = 4$$

Dann ist

$$g_1(x_1,u_1)=2\cdot u_1^2 + 2\cdot u_1\cdot x_1+2\cdot x_1^2+4$$

Diese Funktion $g_1(x_1,u_1)$ unterscheidet sich von der entsprechenden in Beispiel 1 nur durch die Konstante 4 . Deshalb ist auch hier

$$u_1^* = \begin{cases} -\frac{1}{2}\cdot x_1 & \text{für } -\infty < x_1 \leq 0 \\ 0 & \text{für } 0 < x_1 < +\infty \end{cases}$$

Dagegen wird

$$f_1(x_1) := g_1(x_1,u_1^*) = \begin{cases} \frac{3}{2}\cdot x_1^2 + 4 & \text{für } -\infty < x_1 \leq 0 \\ 2\cdot x_1^2 + 4 & \text{für } 0 < x_1 < +\infty \end{cases}$$

u_1^* ist also über einem konvexen Definitionsbereich eine konvexe, stetige, stückweise lineare Funktion von x_1 (vgl. Abb. 1.1).

Im zweiten Schritt des Dynamischen Programms suchen wir das Minimum der Funktion

$$g_0(x_0,u_0) := E\{x_0^2 + u_0^2 + f_1(x_0+u_0-r_0)/x_0\}$$

unter der Nebenbedingung

$$u_0 \geq 0$$

Es ist dann

$$g_0(x_0,u_0)=x_0^2+u_0^2+\int_{x_0+u_0}^{+\infty}[\tfrac{3}{2}\cdot(x_0+u_0-r_0)^2+4]\cdot\phi(r_0/x_0)dr_0$$

$$+\int_{-\infty}^{x_0+u_0}[2\cdot(x_0+u_0-r_0)^2+4]\cdot\phi(r_0/x_0)dr_0$$

Wir führen verkürzende Schreibweisen ein:

(1.57) $$\Phi(y/x_0) := \int_{-\infty}^{y}\phi(r_0/x_0)dr_0$$

(1.58) $$\Psi(y/x_0) := \int_{-\infty}^{y} r_0\cdot\phi(r_0/x_0)dr_0$$

(1.59) $$\chi(y/x_0) := \int_{-\infty}^{y} r_0^2\cdot\phi(r_0/x_0)dr_0$$

Es ist

$$\Phi(+\infty/x_0) = 1$$

$$\Psi(+\infty/x_0) = E\{r_0/x_0\} = 0$$

$$\chi(+\infty/x_0) = E\{r_0^2/x_0\} = 4$$

$$g_o(x_o,u_o)=x_o^2+u_o^2+\left[\frac{3}{2}(x_o+u_o)^2+4\right]\cdot\left[1-\Phi(x_o+u_o/x_o)\right]$$
$$-3\cdot(x_o+u_o)\cdot\left[0-\Psi(x_o+u_o/x_o)\right]+\frac{3}{2}\cdot\left[4-\chi(x_o+u_o/x_o)\right]$$
$$+\left[2\cdot(x_o+u_o)^2+4\right]\cdot\Phi(x_o+u_o/x_o)-4\cdot(x_o+u_o)\cdot\Psi(x_o+u_o)+2\cdot\chi(x_o+u_o/x_o)$$

$$g_o(x_o,u_o)=\frac{5}{2}u_o^2+3u_ox_o+\frac{5}{2}x_o^2+10+(\frac{1}{2}\cdot u_o^2+u_ox_o+\frac{1}{2}x_o^2)\cdot\Phi(x_o+u_o/x_o)$$
$$-(x_o+u_o)\cdot\Psi(x_o+u_o/x_o)+\frac{1}{2}\cdot\chi(x_o+u_o/x_o)$$

Zur weiteren Auswertung benötigen wir den Verlauf der FunktionenΦ ,Ψ und χ. Wir berechnen nach (1.57), (1.58) und (1.59) folgende Tabelle

r_o	-2	+2
$\phi(r_o/x_o)$	0.5	0.5
$\Phi(r_o/x_o)$	0.5	1.0
$\Psi(r_o/x_o)$	-1.0	0
$\chi(r_o/x_o)$	2.0	4.0

Die spezielle Verteilungsfunktion bzw. Wahrscheinlichkeitsdichte bedingt eine dreifache Fallunterscheidung:

1) $-\infty < x_o + u_o < -2$

In diesem Intervall ist $\Phi(x_o + u_o/x_o) = \Psi(x_o + u_o/x_o)=\chi(x_o+u_o/x_o)=0$

$$g_o(x_o,u_o) = \frac{5}{2}\cdot x_o^2 + 10 + 3\cdot x_o\cdot u_o + \frac{5}{2}\cdot u_o^2$$

Diese Funktion $g_o(x_o,u_o)$ unterscheidet sich nur durch die Konstante von der entsprechenden Funktion im Beispiel 1 (erster Bereich). Daher nimmt diese Funktion unter der Nebenbedingung $u_o \geqq 0$ ihr Minimum an für

$$u_o^* = \begin{cases} -\frac{3}{2}\cdot x_o & \text{für } -\infty < x_o \leqq 0 \\ 0 & \text{für } 0 < x_o < +\infty \end{cases}$$

Es ist die Bedingung $-\infty < x_o + u_o^* < -2$ zu prüfen.

(a) $-\infty < x_o \leqq 0$ und $-\infty < x_o+u_o^* = \frac{2}{5}x_o < -2 \iff -\infty < x_o < -5$

(b) $0 < x_o < +\infty$ und $-\infty < x_o+u_o^* = x_o < -2$ sind unvereinbar.

Damit haben wir bis hierher die optimale Entscheidung u_o^* nur für das Intervall $-\infty < x_o < -5$ gefunden. Dort ist $u_o^* = -\frac{3}{5}\cdot x_o$.

Wir betrachten das nächste Intervall der Fällunterscheidung.

2) $-2 \leq x_o + u_o < +2$

In diesem Intervall sind

$$\Phi(x_o+u_o/x_o) = 0.5$$

$$\Psi(x_o+u_o/x_o) = -1$$

$$\chi(x_o+u_o/x_o) = 2$$

$$g_o(x_o,u_o) = \frac{11}{4} \cdot u_o^2 + 2u_o \cdot (\frac{7}{4} \cdot x_o + \frac{1}{2}) + \frac{11}{4} \cdot x_o^2 + x_o + 11$$

Wir müssen für diese Funktion die KUHN-TUCKER-Bedingungen lösen. Die Gleichung (1.45) hat hier die einfache Form

$$q_o - \frac{4}{11} \cdot h_o = -\frac{7}{11} x_o - \frac{2}{11}$$

Zusammen mit den Nichtnegativitätsbedingungen für q_o und h_o erhalten wir

$$u_o^* = \begin{cases} -\frac{7}{11} \cdot x_o - \frac{2}{11} & \text{für } -\infty < x_o \leq -\frac{2}{7} \\ 0 & \text{für } -\frac{2}{7} < x_o < +\infty \end{cases}$$

Hier ist die Bedingung $-2 \leq x_o + u_o < +2$ zu prüfen.

(a) $-2 \leq \frac{4}{11} \cdot x_o - \frac{2}{11} < +2$ und $-\infty < x_o \leq -\frac{2}{7}$ $\iff$ $-5 \leq x_o \leq -\frac{2}{7}$

(b) $-2 \leq x_o < +2$ und $-\frac{2}{7} < x_o < +\infty$ $\iff$ $-\frac{2}{7} < x_o < +2$

Es bleibt noch der dritte Fall:

3) $+2 \leq x_o + u_o < +\infty$

In diesem Intervall sind

$$\Phi(x_o+u_o/x_o) = 1$$

$$\Psi(x_o+u_o/x_o) = 0$$

$$\chi(x_o+u_o/x_o) = 4$$

$$g_o(x_o,u_o) = 3u_o^2 + 4u_o x_o + 3x_o^2 + 12$$

Diese Funktion $g_o(x_o,u_o)$ unterscheidet sich von der entsprechenden im Beispiel 1 (zweiter Bereich) nur durch die Konstante. Deshalb nimmt sie unter der Nebenbedingung $u_o \geq 0$ ihr Minimum an für

$$u_o^* = \begin{cases} -\frac{2}{3} \cdot x_o & \text{für } -\infty < x_o \leq 0 \\ 0 & \text{für } 0 < x_o < +\infty \end{cases}$$

Außerdem muß $+2 \leqq x_o + u_o^*$ gelten.

(a) $2 \leqq \frac{4}{3} x_o$ und $-\infty < x_o \leqq 0$ sind unverträglich

(b) $2 \leqq x_o$ und $0 < x_o < +\infty \iff 2 \leqq x_o < +\infty$

Wir wollen die Einzelergebnisse zusammenstellen

$$u_o^* = \begin{cases} -\frac{3}{5} \cdot x_o & \text{für } -\infty < x_o \leqq -5 \\ -\frac{7}{11} x_o - \frac{2}{11} & \text{für } -5 < x_o \leqq -\frac{2}{7} \\ 0 & \text{für } -\frac{2}{7} < x_o < +\infty \end{cases}$$

Es ist dann

$$f_o(x_o) := g_o(x_o, u_o^*) = \begin{cases} \frac{8}{5} \cdot x_o^2 + 10 & \text{für } -\infty < x_o \leqq -5 \\ \frac{18}{11} \cdot x_o^2 + \frac{4}{11} \cdot x_o + \frac{120}{11} & \text{für } -5 < x_o \leqq -\frac{2}{7} \\ \frac{11}{4} \cdot x_o^2 + x_o + 11 & \text{für } -\frac{2}{7} < x_o \leqq +2 \\ 3 \cdot x_o^2 + 12 & \text{für } +2 < x_o < +\infty \end{cases}$$

Auch hier ist u_o^* über einem konvexen Definitionsbereich eine stetige, stückweise lineare Funktion von x_o . u_o^* ist aber nicht konvex in x_o (vgl. Abb. 1.4). Eine wesentliche Voraussetzung für diese relativ einfache Ermittlung der optimalen Politik ist, daß wegen der speziellen Struktur der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion die KUHN-TUCKER-Bedingungen auch im zweiten Schritt linear sind. Ist r_o z.B. in einem Intervall gleichverteilt, dann ist $\Phi(y/x_o)$ eine stückweise lineare, stetige Funktion von y. $g_o(x_o, u_o)$ ist dann nicht mehr eine stückweise quadratische Funktion.

Die optimale Entscheidungsfunktion u_o^* hat hier zwei Knickstellen bei -5 und $-\frac{2}{7}$. Die Wertfunktion $f_o(x_o)$ hat dagegen drei Knickstellen.

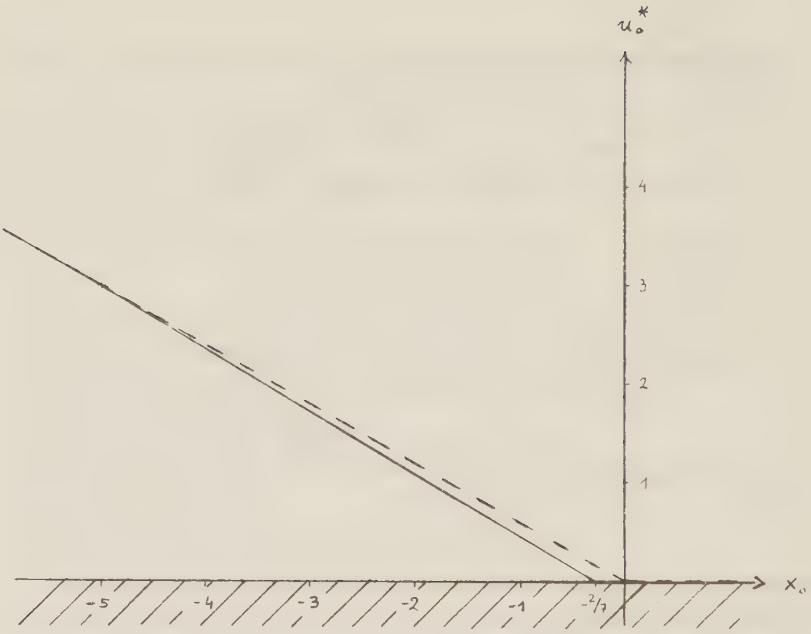


Abb. 1.4 Die optimale Entscheidung u_o^* als Funktion des Anfangszustandes x_o
(gestrichelt: in Beispiel 1, ausgezogen: in Beispiel 3)

Dieses Beispiel 3 kann Beispiel 1 gegenübergestellt werden, da hier $E\{r_k/r^{k-1}\} = 0$ ist für $k = 0,1$. Wenn wir in Beispiel 3 alle stochastischen Größen durch ihre bedingten Erwartungswerte ersetzen, ergibt sich Beispiel 1.

Der Vergleich der Ergebnisse zeigt, daß für $x_o \in (-5,0)$ die optimale Entscheidung am Anfang im stochastischen Modell von der entsprechenden im deterministischen Modell abweicht. Für dieses Intervall existieren also keine Dynamischen Sicherheitsäquivalente (vgl. Abb. 1.4). Dieses Gegenbeispiel reicht aus, um auszusagen, daß im allgemeinen stochastischen Modell mit beschränktem Entscheidungsraum (1.52) k e i n e Dynamischen Sicherheitsäquivalente existieren.

Beispiel 4

Minimiere $C_{st} = E\{x_o^2 + x_1^2 + x_2^2 + u_o^2 + u_1^2/x_o\}$

$$x_{k+1} = x_k + u_k - r_k \qquad \text{für } k = 0,1$$

$$u_k \geq 0 \qquad \text{für } k = 0,1$$

$$x_1 + u_1 \leq 11$$

$$x_o + u_o \leq 10$$

$$E\{r_1/r_o, x_o\} = 10$$

$$\phi(r_o/x_o) = \begin{cases} 0.3 & \text{für } r_o = 10 \\ 0.2 & \text{für } r_o = 9 \text{ und } r_o = 12 \text{ und } r_o = 16 \\ 0.1 & \text{für } r_o = 6 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Es ist dann

$$E\{r_o/x_o\} := \int_{-\infty}^{\infty} r_o \cdot \phi(r_o/x_o)\,dr_o = 11$$

Nach den Ergebnissen des Vergleichs der Beispiele 1 und 3 überrascht es, daß in Beispiel 4 in beiden Entscheidungsperioden für alle Zustände die gleiche Entscheidung optimal ist wie in Beispiel 2. In diesem Beispiel 4 existieren daher Dynamische Sicherheitsäquivalente, obwohl hier mehr Nebenbedingungen zu beachten sind als in Beispiel 3.

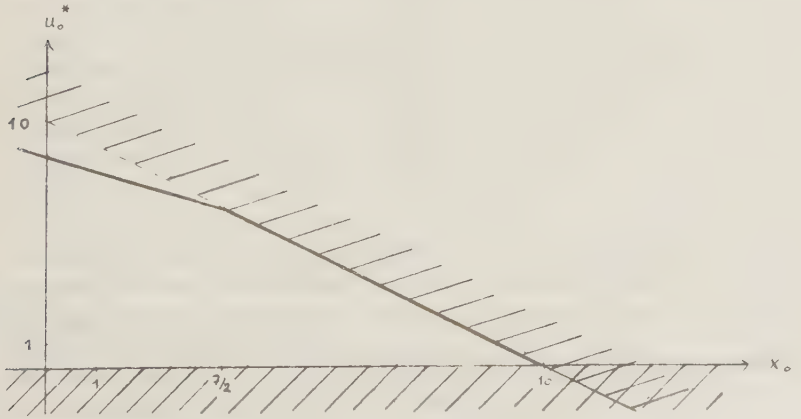


Abb. 1.5 Die optimale Entscheidung u_o^* als Funktion des Anfangszustandes x_o in den Beispielen 2 und 4

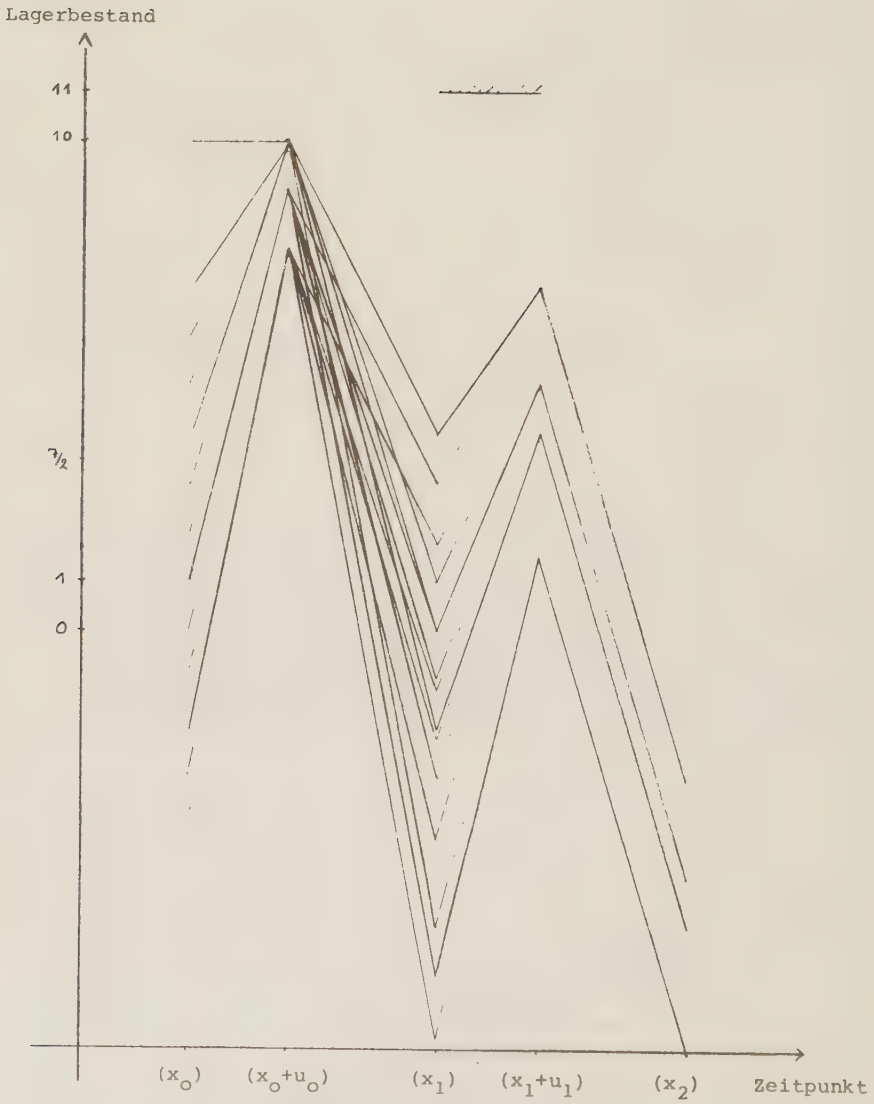


Abb. 1.6 Entwicklung des Lagerbestandes bei optimaler Politik in Beispiel 4 (▨ Nebenbedingungen) (r_1=10 mit Wahrscheinlichkeit 1)

Die durch die optimale Entscheidung u_o^* erreichbaren Zustände x_1 sind im deterministischen Fall alle kleiner oder gleich -1 (vgl. Abb. 1.3), d.h. es treten Fehlmengen auf. Die optimale Entscheidung u_1^* ist dann linear und stößt nicht an die Nebenbedingungen $u_1^* \geq 0$ und $x_1 + u_1^* \leq 11$.

Im stochastischen Modell liegen die erreichbaren Zustände x_1 im Intervall $(-\infty, 4]$. Auch hier bindet keine Nebenbedingung, wenn nach der optimalen Regel $u_1^* = 5 - \frac{1}{2} \cdot x_1$ entschieden wird (vgl. Abb. 1.6).

Im Beispiel 1 wird für $x_o = 1$ der Zustand $x_1 = 1$ erreicht und $u_o^* = u_1^* = 0$ entschieden. Im Beispiel 3 werden bei einem Anfangslagerbestand $x_o = 1$ durch die Entscheidung $u_o^* = 0$ mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ jeweils die Zustände $x_1^{(1)} = 3$ und $x_1^{(2)} = -1$ erreicht. Für $x_1^{(1)} = 3$ erhalten wir die optimale Entscheidung $u_1^* = 0$, für $x_1^{(2)} = -1$ ist dagegen $u_1^* = \frac{1}{2}$ optimal. Daher hängt von der Realisierung der Nachfrage r_o ab, ob eine Nebenbedingung für die Entscheidung bindend wird oder nicht.
In diesem Fall, der für den Praktiker am häufigsten auftritt, kann also nicht von der Existenz Dynamischer Sicherheitsäquivalente ausgegangen werden. Wie diese Beispiele zeigen, ist die Existenz oder Nichtexistenz Dynamischer Sicherheitsäquivalente abhängig von dem Zusammentreffen der Einflüsse der Koeffizienten des Kriteriums und der Nebenbedingungen mit denen der (Nachfrage-)Verteilung. Wesentlich ist dabei, ob u_k^* über dem Intervall der erreichbaren Zustände x_k eine lineare oder nur eine stückweise lineare Funktion ist, d.h. ob Knickstellen der Funktion u_k^* über diesem Intervall auftreten.
Nur in der l e t z t e n Stufe (k = N-1) kann von Dynamischen Sicherheitsäquivalenten ausgegangen werden. Für den praktischen Einsatz in einer rollenden Planung ist dagegen eine Aussage über die e r s t e Stufe erheblich wichtiger. Schon bei zwei Stufen zeigen die Beispiele, welche Schwierigkeiten auftreten können, bei einer größeren Stufenzahl, die den Planungspraktiken der betrieblichen Lagerhaltung näher kommen dürfte, besteht daher wenig Aussicht auf Existenz Dynamischer Sicherheitsäquivalente.

1.2.3 Spezielle Nebenbedingungen

Wir wollen hier den Fall näher untersuchen, daß

(1.60) $\Delta_k = \Lambda_k^T \cdot V_k^{uu^{-1}} \cdot V_k^{ux}$ für k = O(1)N-1

gilt. Dann vereinfacht sich (1.45) im deterministischen Modell zu

(1.61) $q_k - \Lambda_k^T \cdot V_k^{uu^{-1}} \cdot \Lambda_k \cdot h_k = c_k + \Lambda_k^T \cdot V_k^{us} \cdot s_k$

und im stochastischen Modell zu

(1.62) $q_k - \Lambda_k^T \cdot V_k^{uu^{-1}} \cdot \Lambda_k \cdot h_k = c_k + \Lambda_k^T \cdot E\{V_k^{us} \cdot s_k / r^{k-1}\}$

q_k und h_k sind keine Funktionen von x_k, da die rechten Seiten von (1.61) und (1.62) von x_k unabhängig sind und auch die übrigen Bedingungen an q_k und h_k (vgl. (1.44)(c), (d) und (e)), nämlich

$$q_k^T \cdot h_k = 0$$

$$q_k \geq 0$$

$$h_k \geq 0$$

ebenfalls von x_k nicht beeinflußt werden. Daraus folgt, daß q_k und h_k für alle x_k konstant sind, falls sie existieren, was hier vorausgesetzt werden soll. Wir können dann die zu (1.44)(b) analoge Gleichung umformen und erhalten im deterministischen Modell

$$V_k^{uu} \cdot u_k^* + \Lambda_k \cdot h_k = -V_k^{uv} \cdot v_k$$

(1.63) $u_k^* = -V_k^{uu^{-1}} \cdot (V_k^{ux} \cdot x_k + V_k^{us} \cdot s_k + \Lambda_k \cdot h_k)$

Im stochastischen Modell gilt analog für die optimale Entscheidung

(1.64) $u_k^* = -V_k^{uu^{-1}} \cdot (V_k^{ux} \cdot x_k + E\{V_k^{us} \cdot s_k / r^{k-1}\} + \Lambda_k \cdot h_k)$

u_k^* ist in beiden Fällen (1.63) und (1.64) eine lineare Funktion des Zustands x_k, also nicht nur stückweise linear wie im allgemeinen Fall. Wie aus (1.61) und (1.62) hervorgeht, treten bei der Bestimmung von q_k und h_k im stochastischen Modell die bedingten Erwartungswerte

$$E\{V_k^{us} \cdot s_k / r^{k-1}\}$$

an die Stelle von $V_k^{us} \cdot s_k$

im deterministischen Modell. Schon bei den Überlegungen im Anschluß an Gleichung (1.33) haben wir gesehen, daß dies nichts anderes bedeutet, als daß

$$\hat{r}_k = E\{r_k/r^{k-1}\} \ , \ E\{r_{k+1}/r^{k-1}\} \ , \ \dots \ , \ E\{r_{N-1}/r^{k-1}\}$$

an die Stelle von

$$r_k, \ r_{k+1}, \ \dots \ , \ r_{N-1}$$

gesetzt werden. Die gleiche Analogie besteht zwischen (1.63) und (1.64).
In diesem Spezialfall (1.59) existieren also Dynamische Sicherheitsäquivalente, denn im stochastischen Modell übernehmen die bedingten Erwartungswerte die Rolle der entsprechenden deterministischen Größen im deterministischen Modell.

Welche Bedeutung hat dieser Spezialfall für die praktische Anwendung?

Die Bedingung (1.60) verknüpft die Koeffizienten der Nebenbedingungen Λ_k und Δ_k mit denjenigen des Kriteriums (W_k^{yy}) und der Dynamischen Nebenbedingung (T_k) (vgl. (1.24)). Von seltenen Ausnahmen abgesehen wird diese Bedingung (1.60) bei einem vorgegebenen Problem nicht erfüllt werden.

Halten wir in einem vorgegebenen Modell das Kriterium fest und untersuchen, welche Nebenbedingungen dazu "passen", d.h. mit welchen Nebenbedingungen (1.60) erfüllt wird, dann werden in der Regel diese so ausgerechneten Nebenbedingungen - trotz der Freiheit der Festlegung von c_k - für die Lagerhaltung ökonomisch nicht sinnvoll sein.

Wird andererseits auf die Einhaltung gewisser vorgegebener Nebenbedingungen Wert gelegt und soll (1.60) gelten, sind Manipulationen am Kriterium erforderlich, die ebenfalls vom gegebenen Lagerhaltungsproblem wegführen.

1.2.4 Spezielle Kriterien

MIDLER untersucht allgemeinere Modelle, als die in diesem Kapitel betrachteten, mit der Einschränkung, daß die Zustandsvariable im Kriterium nur linear auftritt. Die Koeffizienten der Zustandsvariablen dürfen Funktionen der Störvariable sein.

In der hier eingeführten Schreibweise bedeutet dies, daß die in Abschnitt 1.1 betrachteten Modelle, für die $W_k^{xx} = 0$ und $W_k^{xu} = 0$ sind, Spezialfälle der von MIDLER betrachteten Modelle sind.

Ferner untersucht MIDLER lineare Beschränkungen des Entscheidungsraumes, für die $\Delta_k = 0$ ist (vgl.(1.37)). Diese Modelle sind Spezialfälle der in Abschnitt 1.2.3 diskutierten Modelle, denn aus $W_k^{xx} = 0$ und $W_k^{xu} = 0$ folgt $V_k^{xx} = 0$, $V_k^{xu} = 0$ und $Q_k = 0$ (vgl. (1.15), (1.20), (1.21) und (1.22). Mit $\Delta_k = 0$ reduziert sich (1.60) auf die Identität $0 = 0$.

MIDLERs Aussage, daß in den von ihm diskutierten Modellen Dynamische Sicherheitsäquivalente in Form bedingter Erwartungswerte der Störvariable existieren, kann für diejenigen, die der hier untersuchten Modellklasse angehören, bestätigt werden.

Diese von MIDLER untersuchten Modelle liegen abseits der für die praktische Lagerhaltung interessanten Fälle, denn negative Zustände, also Fehlbestände des Lagers, bewirken hier eine Verminderung der Kosten.

1.3 Zusammenfassung

In den Modellen mit unbeschränktem Entscheidungsraum sind die bedingten Erwartungswerte der Störvariable (Nachfrage) Dynamische Sicherheitsäquivalente.

Die Ergebnisse bei den Modellen mit linear beschränktem Entscheidungsraum bestätigen im allgemeinen die Aussage von WHITE, daß eine verfeinerte Beschreibung des Störprozesses als durch bedingte Erwartungswerte notwendig ist. Bei diskreter Nachfrageverteilung ist die optimale Entscheidung eine stetige, stückweise lineare Funktion des Zustands. Die unterschiedliche Auswirkung der Knickstellen im deterministischen bzw. stochastischen Modell schließt die Existenz Dynamischer Sicherheitsäquivalente aus, wenn nicht alle erreichbaren Zustände zwischen zwei aufeinanderfolgenden Knickstellen liegen, d.h. wenn nicht für alle erreichbaren Zustände einer Periode die Basis des parametrischen quadratischen Programms die gleiche ist. Es gibt Spezialfälle (Abschnitt 1.2.3, 1.2.4), in denen Dynamische Sicherheitsäquivalente nachgewiesen werden können; diese sind aber für die praktische Anwendung ohne Belang.

Die Untersuchung quadratischer Kriterien hat zu einer umfangreichen Literatur geführt, obwohl die Anwendung der Ergebnisse nur über den Umweg der quadratischen Approximation der problemgerechten Kriterien möglich ist. Da in dieser Modellklasse die Modelle mit Dynamischen Sicherheitsäquivalenten Ausnahmen bilden, lohnt sich dieser Umweg für die Lagerhaltung nicht.
Wir wenden uns deshalb anderen, für die praktische Lagerhaltung wichtigeren Modellen zu.

Kapitel 2

Das Einprodukt-Lagerhaltungsmodell mit Durchschnittskostenkriterium

Das Modell, mit dem wir uns befassen wollen, ist in zahlreichen Arbeiten (etwa KARLIN,IGLEHART) in verschiedenen Varianten untersucht worden. Wir wollen unsere Aufmerksamkeit auf die Existenz von Dynamischen Sicherheitsäquivalenten und deren Beeinflußbarkeit durch gewisse Fehlschätzungen des Nachfrageprozesses richten.

Das Modell

Wir betrachten ein Einproduktlager. Mit x bezeichnen wir den Lagerbestand am Anfang der Planungsperiode. Die Lagerkosten sollen folgende Form haben

$$(2.1)\quad L(x) = \begin{cases} h \cdot x & \text{für } x \geq 0 \ ; \ h \geq 0 \\ -v \cdot x & \text{für } x < 0; \ v \geq 0 \end{cases}$$

Es sei stets $h + v > 0$.

Die Kosten $h \cdot x$ (für $x > 0$) heißen Lagerhaltungskosten und $-v \cdot x$ (für $x < 0$) Fehlmengenkosten. Beide werden hier also als mengenproportional angesehen.

In der Praxis ist es meist schwierig, die Fehlmengenkosten zu ermitteln oder zu schätzen. Leichter zu handhaben ist der sogenannte α-Servicegrad, das ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Bedarf in einer Periode befriedigt wird.

KLEMM und MIKUT zeigen, daß bei vorgegebenem Servicegrad α in den hier zu untersuchenden Modellen

auf die Fehlmengenkosten v geschlossen werden kann; es ist

(2.2) $v = h \cdot \frac{\alpha}{1-\alpha}$

Umgekehrt werden wir zeigen, daß in diesen Modellen der

α-Servicegrad

(2.3) $\alpha = \frac{v}{v+h}$

ist (vgl. 2.36) und (2.144)).

Sobald der Lagerbestand x bekannt ist, kann die Bestell- oder Produktionsentscheidung u gefällt werden, mit der die Bestell- bzw. Produktionskosten

(2.4) $P(u) = p \cdot u + K \quad , p \geq 0, K \geq 0$

ausgelöst werden. Dabei bedeuten K die Fixkosten der Bestellung bzw. fixe Auflagekosten im Fall der Produktion. Die Bestellung wird in der gleichen Periode ohne Zeitverzögerung ins Lager geliefert und steht dort zur Befriedigung der Nachfrager zur Verfügung.

Es soll hier nicht durch die Schreibweise zwischen stochastischer Nachfragegröße r und ihrer Realisierung unterschieden werden. Das gilt auch für alle übrigen Variablen.

Bei einem mehrperiodigen Lagerhaltungsmodell schreiben wir

x_k Lagerbestand am Beginn der Periode k

u_k Bestellung bzw. Produktion zu Beginn der Periode k nach Kenntnis von x_k; Lieferung in gleicher Periode k

r_k Nachfrage in Periode k

Die Lagerbilanzgleichung muß erfüllt sein

(2.5) $x_{k+1} = x_k + u_k - r_k \quad$ für k = 0,1,2,...

In (2.5) gehen wir davon aus, daß unbefriedigte Nachfrage der Periode k ungeschmälert für Periode k+1 vorgemerkt werden kann (Backorder-Fall).

Als Kriterium wählen wir die Durchschnittskosten der Lagerhaltung.

$$(2.6)\quad C = E\left\{\lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \sum_{k=1}^{T} \left[P(u_{k-1}) + L(x_k)\right]\right\}$$

Unter E{ }soll der Erwartungswert bezüglich des Nachfrageprozesses verstanden werden. Dieser Nachfrageprozeß soll folgende Eigenschaften haben

$$(2.7)\quad E\{r_k\} = \mu \quad \text{für alle } k$$

μ heißt Mittelwert oder Erwartungswert der Nachfrage. Es soll stets $\mu > 0$ sein.

$$(2.8)\quad E\{(r_k-\mu)^2\} = \sigma^2 \quad \text{für alle } k$$

σ heißt Standardabweichung und σ^2 Varianz.

Ferner sei die Nachfrage in den einzelnen Perioden unabhängig verteilt. (2.7) und (2.8) bedeuten, daß sie(in allen Perioden) identisch verteilt ist. Ein solcher Prozeß wird als <u>stationär</u> bezeichnet.

Wir wollen mit ϕ die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion und mit Φ die Verteilungsfunktion bezeichnen. Dann ist

$$(2.9)\quad \phi(r) \geq 0 \qquad \text{für } r \in (-\infty,\infty)$$

$$(2.10)\quad \Phi(r) := \int_{-\infty}^{r} \phi(t)dt$$

$$\Phi(-\infty) = 0$$

$$\Phi(+\infty) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t)dt = 1$$

Wir wollen nur stetige Wahrscheinlichekeitsdichtefunktionen ϕ betrachten. Ist ϕ nur in einem Teilintervall der reellen Zahlen $\mathbb{R} = (-\infty,\infty)$ von Null verschieden, dann wollen wir die abgeschlossene Hülle dieses Intervalls als Träger (ϕ) bezeichnen

$$(2.11)\quad \text{Träger}(\phi) := \overline{\{r \in \mathbb{R} : \phi(r) > 0\}}$$

Dabei bedeutet $\bar{I}$ die Abschließung des Intervalls I, also die Hinzunahme der Randpunkte. Wenn es sich um ein zusammenhängendes Intervall handelt, sollen der untere Randpunkt LOR (in Erinnerung an LOweR) und der obere UPR (UPpeR) genannt werden

(2.12) $\text{LOR} := \min \{r : r \in \text{Träger } (\phi)\}$
$\text{UPR} := \max \{r : r \in \text{Träger } (\phi)\}$

Entsprechend (2.10) darf dann geschrieben werden

(2.13) $\Phi(r) := \int_{\text{LOR}}^{r} \phi(t)\, dt \quad$ für $r \in (\text{LOR}, \text{UPR})$
$\Phi(r) = 0 \quad$ für $r \leq \text{LOR}$
$\Phi(r) = 1 \quad$ für $r \geq \text{UPR}$

und

(2.14) $\text{Träger } (\phi) = [\text{LOR}, \text{UPR}]$

Wir wollen nur solche Nachfrageprozesse zur Betrachtung zulassen, für die gilt

(2.15) $\text{LOR} \geq 0$ und $\text{UPR} < \infty$

Das ist der Regelfall der Praxis, wenn wir von selten nachgefragten Gütern absehen, bei denen in einer Periode durch Rückgabe durch den Kunden eine negative Nachfrage vorkommen kann.

Für die weiteren Betrachtungen ist es sinnvoll, noch zu definieren

(2.16) $\Psi(r) := \int_{\text{LOR}}^{r} t \cdot \phi(t)\, dt$

Offenbar ist

(2.17) $\Psi(r) = 0 \quad$ für $r \leq \text{LOR}$
$\Psi(r) = \mu \quad$ für $r \geq \text{UPR}$

Das Lagerhaltungsproblem läßt sich jetzt so formulieren

(2.18) Minimiere die Durchschnittskosten C (2.6)
unter Beachtung der Nebenbedingung (2.5)
und $u_k \geq 0$ für alle k.

Wie aus früheren Arbeiten bekannt ist, unterscheiden sich die Probleme mit und ohne Fixkosten (K = 0) grunsätzlich. Wir wollen sie daher auch getrennt untersuchen.

2.1 Das Modell ohne Fixkosten

2.1.1 Theoretische Ergebnisse

Für dieses Modell ist die optimale Politik lange bekannt (KARLIN [Optimal ...] , KLEMM und MIKUT) und einfach zu beschreiben

$$(2.19)\quad u_{opt} = \begin{cases} S - x & \text{für } x \leq S \\ 0 & \text{für } x > S \end{cases}$$

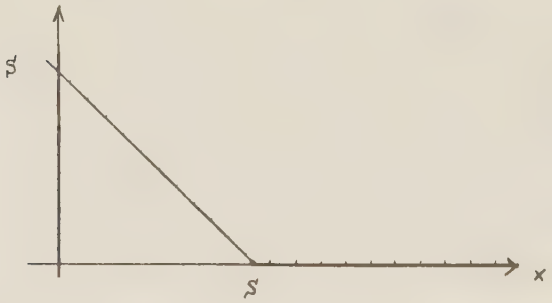


Abb. 2.1

Es ist

$$x + u_{opt} = \begin{cases} S & \text{für } x \leq S \\ x & \text{für } x > S \end{cases}$$

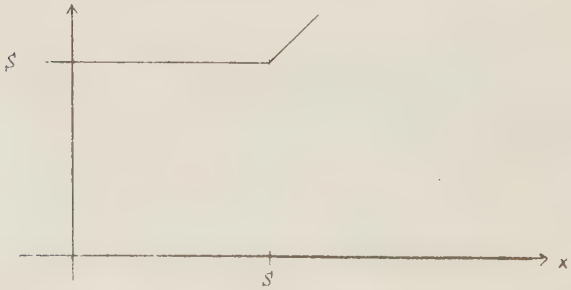


Abb. 2.2

Die optimale Entscheidung ist also, das Lager auf den Bestand S zu bringen, wenn der Lagerbestand am Beginn der Periode kleiner als S ist, und nichts zu tun, wenn der Lagerbestand mindestens S ist.

Eine solche Politik heißt S-Politik.

Es ist dann

$$(2.20)\quad x_{k+1} = \begin{cases} S - r_k & \text{für } x_k \leq S \\ x_k - r_k & \text{für } x_k > S \end{cases}$$

Die Folge der Zustände $\{x_k\}_{k=0,1,2,\ldots}$ bildet einen MARKOV-Prozeß. KARLIN [Steady ...] hat gezeigt, daß eine stationäre Grenzverteilung F für diese Folge der Zustände existiert, für die folgende Berechnung möglich ist

$$F_{k+1}(x) := \text{Prob}\ \{x_{k+1} < x\}$$

$$F_{k+1}(x) = \text{Prob}\ \{S - r_k < x,\ x_k \leq S\} + \text{Prob}\ \{x_k - r_k < x,\ x_k > S\}$$

$$F_{k+1}(x) = F_k(S) \cdot \left[1 - \Phi(S - x)\right] + \int_S^\infty \left[1 - \Phi(t-x)\right] dF_k(t)$$

$$F_{k+1}(x) = 1 - F_k(S) \cdot \Phi(S-x) - \int_S^\infty \Phi(t-x)\, dF_k(t)$$

Für die Grenzverteilung F gilt dann die Integralgleichung

$$(2.21)\quad F(x) = 1 - F(S) \cdot \Phi(S-x) - \int_S^\infty \Phi(t-x)\, dF(t)$$

Mit f soll die zu F gehörige Grenzdichte bezeichnet werden. Wo sie existiert, gilt

$$(2.22)\quad f(x) = F(S) \cdot \phi(S-x) + \int_S^\infty \phi(t-x)\, dF(t)$$

Die Anwendung der optimalen Politik bewirkt, daß schon nach endlich vielen Perioden - nämlich bis zum Abbau eines vielleicht zu hohen Anfangslagers x_0 - keine Zustände $x > S$ mehr auftreten ($\mu > 0$, vgl. (2.7)). Deshalb ist

(2.23) $f(x) = 0$ für alle $x > S$

und

(2.24) $\int_S^{\infty} \phi(t-x)\, d\,F(t) = 0$

Aus (2.22),(2.23) und (2.24) folgt

(2.25) $f(x) = \phi(S-x)$

denn es ist wegen (2.23)

$F(S) = \int_{-\infty}^{S} f(x)\, dx = 1$

und zusammen mit (2.14)

(2.26) Träger (f) = $\left[S - UPR,\ S - LOR\right]$

Die Anwendung des Satzes von HELLY und BRAY (LOEVE) gestattet die Berechnung der Durchschnittskosten bei Einhaltung der optimalen Politik (vgl. auch ROSENBLATT).

$$C_{opt} = \min \{ E \{ \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \cdot \sum_{k=1}^{T} \left[P(u_{k-1}) + L(x_k)\right] \} / \{u_k\}_{k=0,1,2,\ldots} \}$$

(2.27) $C_{opt} = \int_{-\infty}^{\infty} c(x) \cdot f(x)dx$

Wegen (2.23) kann (2.27) hier geschrieben werden

$$C_{opt} = \int_{-\infty}^{S} c(x) \cdot f(x)dx$$

Dabei bedeutet c(x) die Gesamtkosten der Periode, wenn am Anfang der Lagerbestand x vorhanden ist. Sie setzen sich zusammen aus den Bestellkosten für die Menge S-x und die Lagerhaltungs-/Fehlmengenkosten für die dananch vorhandene Menge S.

(2.28) $c(x) = p\cdot(S-x) + Q(S)$ für $x \leq S$

mit

(2.29) $Q(y) := h\cdot \int_{LOR}^{y} (y-r)\cdot \phi(r)dr + v\cdot \int_{y}^{UPR} (r-y)\cdot\phi(r)dr$

Q(y) sind die zu erwartenden Kosten aus der Lagerhaltung der Menge y-r bzw. durch Fehlmengen r-y am Ende der Periode. Nach (2.13) und (2.16) ist

$$Q(y) = h\cdot\left[y\cdot\Phi(y) - \Psi(y)\right] + v\cdot\left[\mu - \Psi(y) - y\cdot(1-\Phi(y))\right]$$

(2.30) $Q(y) = (h+v)\cdot[y\cdot\Phi(y)-\Psi(y)]+v\cdot(\mu-y)$

Aus (2.28) und (2.30) folgt

(2.31) $c(x) = p\cdot(S-x)+(h+v)\cdot[S\cdot\Phi(S)-\Psi(S)]+v\cdot(\mu-S)$ für $x \leq S$

Zusammen mit (2.25) und (2.27) erhalten wir

$$C_{opt} = \int_{S-UPR}^{S-LOR} c(x)\cdot\phi(S-x)dx$$

$$C_{opt} = \int_{LOR}^{UPR} c(S-r)\cdot\phi(r)dr$$

$$C_{opt} = \int_{LOR}^{UPR} \{p\cdot r+(h+v)\cdot[S\cdot\Phi(S)-\Psi(S)]+v\cdot(\mu-S)\}\cdot\phi(r)dr$$

(2.32) $C_{opt} = (p+v)\cdot\mu+(h+v)\cdot[S\cdot\Phi(S)-\Psi(S)]-v\cdot S$

Das optimale S kann durch Differentiation von C_{opt} in (2.32) nach S gefunden werden.

(2.33) $\frac{\partial C_{opt}}{\partial S} = (h+v)\cdot[\Phi(S)+S\cdot\phi(S)-S\cdot\phi(S)]-v$

An der optimalen Stelle S^* ist der Differentialquotient in (2.33) gleich Null. Das ergibt die Bestimmungsgleichung für S^*

(2.34) $\Phi(S^*) = \frac{v}{h+v}$

Wir wollen die Kosten, die bei Einhaltung der optimalen Politik (2.19) mit $S=S^*$ entstehen, mit C^* bezeichnen.

(2.35) $C^* = (p+v)\cdot\mu-(h+v)\cdot\Psi(S^*)$

Wir berechnen den α-Servicegrad des Lagers, d.h. die Wahrscheinlichkeit, daß der Lagerbestand zur Deckung der Nachfrage ausreicht. Nach KLEMM und MIKUT ist

(2.36) $P_\alpha = \text{Prob}\{x+u-r\geq 0\} = \text{Prob}\{S^* \geq r\} = \Phi(S^*) = \frac{v}{h+v}$

S^* ist das sogenannte $(\frac{v}{h+v})$-Quantil der Nachfrageverteilung. Für die Politik ist also dergenaue Verlauf der Nachfrageverteilung oder -dichte nicht erheblich. Es genügt, dieses Quantil, also nur eine Zahl, zu schätzen, um den Prozeß optimal steuern zu können.

Bei unvollkommener Kenntnis der Verteilung ist der Praktiker daran gewöhnt, Mittelwert und Standardabweichung zu schätzen. Wir wollen daher untersuchen, wie groß die Abweichung von der optimalen Politik und der durch sie verursachten Kosten wird, wenn statt der "wahren" Verteilung Φ diejenige Normalverteilung $\Phi_{(N)}$ benutzt wird, die in den ersten beiden zentralen Momenten mit Φ übereinstimmt. Es seien

$$\phi_{(N)}(r) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\{-\frac{1}{2} \cdot \frac{(r-\mu)^2}{\sigma^2}\}$$

$$\text{Träger}(\phi_{(N)}) = [-\infty, \infty]$$

$$\Phi_{(N)}(r) := \int_{-\infty}^{r} \phi_{(N)}(t)dt$$

Mit S_N wollen wir das optimale S unter Zugrundelegung der Verteilung $\Phi_{(N)}$ bezeichnen. Es ist nach unseren Überlegungen (vgl. (2.34))

$$(2.37) \quad \Phi_{(N)}(S_N) = \frac{v}{h+v}$$

Nur in Ausnahmefällen ist $S^* = S_N$.
Alle Herleitungen für Φ und S^* können analog durchgeführt werden. Mit $f_{(N)}$ bezeichnen wir die Grenzdichte der Zustände, wenn die S-Politik mit $S = S_N$ angewandt wird. Es ist

$$f_{(N)}(x) = \phi(S_N - x)$$

C_N soll die "wahren" Kosten der suboptimalen S-Politik mit $S = S_N$ bedeuten. Dann ist

$$(2.38) \quad C_N = (p+v)\cdot\mu + (h+v)\cdot[S_N\cdot\Phi(S_N) - \Psi(S_N)] - v\cdot S_N$$

Zur Beurteilung der Güte der S-Politik mit $S = S_N$ wollen wir die relative Abweichung zwischen C_N und C^* benutzen.

$$(2.39) \quad \Delta_N C := \frac{C_N - C^*}{C^*} = \frac{(h+v)\cdot[S_N\cdot\Phi(S_N) - \Psi(S_N) + \Psi(S^*)] - v\cdot S_N}{(p+v)\cdot\mu - (h+v)\cdot\Psi(S^*)}$$

Offenbar nimmt die relative Abweichung $\Delta_N C$ mit steigendem p ab, die Güte der Approximation der optimalen Politik durch

$$(2.40) \quad u_{(N)} = \begin{cases} S_N - x & \text{für } x \leq S_N \\ 0 & \text{für } x > S_N \end{cases}$$

wird dann also besser.

Wir sind davon ausgegangen, daß die Mindestnachfrage LOR nicht negativ ist. Dadurch und durch eine positive mittlere Nachfrage μ ist sichergestellt, daß ständig ein Lagerabbau erfolgt. Sobald ein eventuell zu hoher Anfangsbestand x_o abgebaut ist, kommen Lagerbestände größer als S_N nicht mehr vor. Abgesehen von dieser Anlaufphase ist daher stets

$$(2.41) \quad u_{(N)} = S_N - x.$$

Als mittlerer Lagerbestand am Ende der Periode ergibt sich

$$(2.42) \quad \mu_x := \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)\,dx = \int_{LOR}^{UPR} (S_N - r) \cdot \varphi(r)\,dr = S_N - \mu$$

Aus der Lagerbilanzgleichung (2.5) erhalten wir beim Übergang zu den Erwartungswerten

$$(2.43) \quad E\{u_{(N)}\} = E\{r\} = \mu$$

Im Mittel wird die mittlere Nachfrage μ bestellt. Dagegen ist die Bestellung der Einzelperiode von der realisierten Nachfrage der Vorperiode abhängig und nicht von deren Erwartungswert, denn es ist

$$(2.44) \quad x_k = S_N - r_{k-1}$$

$$(2.45) \quad u_{k,(N)} := S_N - x_k$$

$$(2.46) \quad u_{k,(N)} = r_{k-1}$$

Wir wollen einen anderen Zusammenhang herstellen.

SCHNEEWEISS [Dynamic...] untersucht ein Produktionsglättungsmodell, in dem die Abweichung r' der Nachfrage r von ihrem Mittelwert μ - also $r' := r - \mu$ - normal verteilt ist mit

$$(2.47) \quad \begin{aligned} E\{r'\} &= 0 \\ E\{(r')^2\} &= \sigma^2 \end{aligned}$$

Wir bezeichnen die Entscheidung in diesem Modell mit u'. Es ist

$$(2.48) \quad \begin{aligned} x + u' - r' &= x + u - r \\ u' &= u + r' - r = u - \mu \end{aligned}$$

Das heißt, daß die Lagerbilanzgleichung erhalten bleibt, wenn u' die Abweichung von der mittleren Bestellentscheidung μ bedeutet.

SCHNEEWEISS [Dynamic ...] betrachtet folgende Bestell- bzw. Produktionskosten

$$(2.49)\quad P'(u') = \begin{cases} p \cdot u' & \text{für } u' \geq 0 \ ; \ p > 0 \\ -q \cdot u' & \text{für } u' < 0 \ ; \ q > 0 \end{cases}$$

An der dort folgenden Diskussion ändert sich nichts wesentliches, wenn $q \leq 0$ zugelassen wird mit $p + q > 0$.
Der Vergleich mit $P(u)$ in (2.4) für $K = 0$ zeigt, daß im oben untersuchten Modell $q = -p < 0$, also $p + q = 0$ ist.

Wie wir gesehen haben, bindet die Lagerhaltungsbedingung $u \geq 0$ in diesem Modell nach einer möglichen Anlaufphase nicht, so daß wie in einem Produktionsglättungsmodell in jeder Periode bestellt wird. Unser Modell kann daher als ein Randfall der bei SCHNEEWEISS [Dynamic ...] betrachteteten Modellklasse angesehen werden.

Auch bei SCHNEEWEISS [Dynamic ...] wird das Kriterium (2.6) minimiert, wobei die Lagerhaltungskosten wie in (2.1) und die Produktions(änderungs)kosten $P'(u')$ (vgl. (2.49)) sind. Bei Einschränkung auf die Klasse der linearen Politiken wird dann in den Fällen exponentiell korrelierter wie unkorrelierter Nachfrage r die Existenz Dynamischer Sicherheitsäquivalente gezeigt, wobei allerdings zu beachten ist, daß die Parameter der optimalen Politik von der Varianz und vom Korrelationskoeffizienten des Prozesses abhängen.

Wir interessieren uns in diesem Zusammenhang nur für den Fall unkorrelierter Nachfrage. Die Einschränkung auf eine Teilmenge zulässiger Politiken und die verbleibende Abhängigkeit der Parameter der optimalen Politik von der Varianz des Prozesses machen deutlich, daß bei SCHNEEWEISS [Dynamic...] der Begriff "Dynamische Sicherheitsäquivalente" gegenüber SIMON und THEIL [A Note ...] eine Erweiterung erfahren hat.

Die Abhängigkeit von der Varianz σ^2 der Nachfrage r ist bei einem stationären Prozeß nicht sehr problematisch, denn sie bedeutet, daß nur für verschiedene Prozesse unterschiedliche Parameter (in unserem Modell ist dies S_N) möglich sind, bei

einem vorgegebenen Prozeß dagegen nur einmalig die Berechnung erfolgen muß.

Wenn wir unsere zu Anfang dieses Abschnitts eingeführten Modelle betrachten, wird dort durch die Einschränkung auf die Klasse der linearen Politiken keine optimale Politik ausgeschlossen.

Formal ersetzen wir also P'(u') durch P(u) aus (2.4) mit K = O (vgl. SCHNEEWEISS [Dynamic ...] (12)). Bei F (ibd.(13)) fällt dann der letzte Summand weg und entsprechend fehlt die Ableitung

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_{uu}^2} \qquad \text{(ibd. (17))}$$

θ (ibd. (9)) ist ohne Bedeutung. Daher verliert $\gamma(\theta)$ (ibd. (25)) den Sinn. Es darf formal $\beta = \gamma(\theta) = O$ gesetzt werden. Dann stimmt die so errechnete optimale Politik (ibd. (30)) mit (2.45) überein. Die bedingten Erwartungswerte verschwinden somit alle.

Auf diese Weise hat sich ergeben, daß dieser Randfall formal auch in der zu SCHNEEWEISS [Dynamic ...] analogen Betrachtung an die dortigen Ergebnisse anschließt. Wir werden daher im Folgenden gemäß der SCHNEEWEISS'schen Terminologie von Dynamischen Sicherheitsäquivalenten sprechen, dabei aber die Unterschiede zu der engeren Bedeutung dieses Begriffs im Kapitel 1 nicht außer Acht lassen.

Es erscheint wesentlich, daß auch im Fall der Lagerhaltung die Annahme einer Normalverteilung notwendige Voraussetzung dieser Betrachtungsweise ist. Die Ergebnisse der numerischen Vergleichsrechnungen mit Betaverteilungen (Abschnitt 2.1.2) zeigen, daß - von erkennbaren Ausnahmen abgesehen - die Form der Verteilung nicht erheblich ist, wenn Mittelwert μ und Standardabweichung σ gleich sind.

2.1.2 Numerische Vergleichsrechnungen mit verschiedenen Nachfrageverteilungen

Wir haben schon daraufhingewiesen, daß die Schätzung des für die optimale Steuerung notwendigen $(\frac{v}{h+v})$-Quantils zu Schwierigkeiten führen kann. Es soll deshalb versucht werden, für verschiedene Nachfrageverteilungen und Kostenparameter die relative Kostenabweichung zu berechnen, die dadurch entsteht, daß der "wahre" Prozeß durch den normalverteilten ersetzt wird, der in den beiden ersten zentralen Momenten μ und σ mit ihm übereinstimmt. Diese relative Kostenabweichung gibt also an, welchen Fehler der Lagerhalter macht, wenn er μ und σ seines Nachfrageprozesses schätzt und das $(\frac{v}{h+v})$-Quantil aus einer Tabelle für Normalverteilungen abliest. Bei numerischen Modellrechnungen ist es notwendig, nur eine bescheidene Zahl von Parameterkonstellationen auszuwählen, um den Rechenaufwand in vertretbaren Grenzen zu halten. Dabei ist zu beachten, daß trotzdem Aussagen ermöglicht werden sollen, die über das Einzelergebnis hinausreichen.
Um die in der Realität auftretenden Probleme nicht auszuschließen, werden als Nachfragedichten stetige Betadichten gewählt. Dabei kann davon ausgegangen werden, daß in vielen Problemen die Dichte durch solche Betadichten oder Mischungen verschiedener solcher Betadichten approximiert werden kann.

2.1.2.1 Die Betaverteilung

Die Betaverteilung Φ und ihre Dichte ϕ sind durch vier Parameter bestimmt (WEINBERG):

$$(2.50)\quad \phi(r) := \begin{cases} \frac{1}{\text{Beta}(a,b)\cdot(\text{UPR-LOR})} \cdot \left(\frac{r-\text{LOR}}{\text{UPR-LOR}}\right)^{a-1} \cdot \left(\frac{\text{UPR}-r}{\text{UPR-LOR}}\right)^{b-1} & \text{für } r \in (\text{LOR},\text{UPR}) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Dabei ist

$$(2.51)\quad \text{Beta}(a,b) := \int_0^1 t^{a-1}(1-t)^{b-1}\,dt$$

Dieses Integral konvergiert für $a > 0$ und $b > 0$ und hat dann den Wert

$$(2.52)\quad \text{Beta}(a,b) = \frac{\text{Gamma}(a)\cdot\text{Gamma}(b)}{\text{Gamma}(a+b)}$$

mit

(2.53) $\text{Gamma}(a) := \int_0^\infty t^{a-1} \cdot e^{-t} dt$

Beta (bzw.Gamma) heißt EULERsche Beta-(Gamma-)Funktion. Die Dichte (2.50) ist stetig für a > 1 und b > 1. Wir wollen also nur solche Fälle betrachten, für die gilt

(2.54) a > 1 und b > 1

Den wahrscheinlichsten Wert (mode) r_m erhalten wir, wenn wir die Dichte φ differenzieren und an der Stelle r_m gleich Null setzen. Es ist also

(2.55) $$r_m = \frac{(a-1)\cdot UPR+(b-1)\cdot LOR}{a+b-2}$$

In den zu untersuchenden Fällen stetiger Dichte (2.54) ist r_m eindeutig in (LOR,UPR). Damit sind diese Dichten unimodal (eingipflig). Für a = b ist

(2.56) $$r_m = \frac{UPR+LOR}{2}$$

Weil a + b - 2 und UPR - LOR stets positiv sind, folgt wegen

$$r_m - \frac{UPR+LOR}{2} = (a-b)\,\frac{UPR-LOR}{2(a+b-2)}$$

(2.57) $r_m < \frac{UPR+LOR}{2}$ für a < b

(2.58) $r_m > \frac{UPR+LOR}{2}$ für a > b

Unter Verwendung von (2.16) und (2.17) und der Identität

(2.59) Gamma (a+1) = a · Gamma (a)

folgt

(2.60) $$\mu = \frac{a\cdot UPR+b\cdot LOR}{a+b}$$

Es ist

(2.61) $\mu = r_m = \frac{UPR+LOR}{2}$ für a = b

Aus der Gleichung

$$\sigma^2 = \int_{LOR}^{UPR} (r-\mu)^2 \cdot p(r)\,dr$$

erhalten wir nach analoger Rechnung

(2.62) $$\sigma = \frac{UPR-LOR}{a+b} \cdot \sqrt{\frac{a\cdot b}{a+b+1}}$$

und

$$(2.63)\quad \sigma = \frac{UPR-LOR}{2\cdot\sqrt{2a+1}} \qquad \text{für } a = b$$

Im Gegensatz zu r_m und μ ist σ im Fall a = b von a abhängig. Damit haben wir für die sechs Parameter der Betaverteilung a,b,LOR,UPR, μ und σ folgende Abhängigkeiten gefunden

$$(2.60')\quad (a + b) \cdot \mu = a \cdot UPR + b \cdot LOR$$

$$(2.63')\quad (a + b) \cdot \sigma = \sqrt{\frac{a\cdot b}{a+b+1}}\ (UPR-LOR)$$

2.1.2.2 Auswahl der Nachfrageverteilungen

Bei der Auswahl der Betaverteilungen für die Modellrechnungen sind vier dieser sechs Parameter frei wählbar, wobei noch

$$a > 1,\ b > 1,\ LOR \geq 0 \text{ und } UPR < +\infty$$

beachtet werden müssen.
Aus Gründen der Übersichtlichkeit wählen wir $\mu = 1000$.
Um wenige, im Typ vergleichbare Betaverteilungen zu erhalten, d.h. solche, die bei der Transformation auf das Intervall (0,1) durch

$$r \longrightarrow \frac{r-LOR}{UPR-LOR}$$

gleich sind, sollen im folgenden a und b die Werte 2,3,4,5,10 durchlaufen (vgl. Abb. 2.3, 2.4,2.5,2.6).
Damit ist noch ein Parameter frei wählbar. Bei der ersten Auswahl nimmt σ die Werte 83, 124.5 und 166 an, d.h. es ist

$$\frac{\sigma}{\mu} \text{ ungefähr } \frac{1}{12}\ ,\ \frac{1}{8} \text{ und } \frac{1}{6}$$

Es werden nur Verteilungen berücksichtigt, für die LOR $\geq$ 0 ist.
Bei der zweiten Auswahl wird LOR = 0 gesetzt und aus (2.60') und (2.63') σ und UPR bestimmt.
Für h = 1 und v = 1,2,3,4,5,10,50 werden C^* (2.35) C_N (2.38) und $\Delta_N C$ (2.39) berechnet.

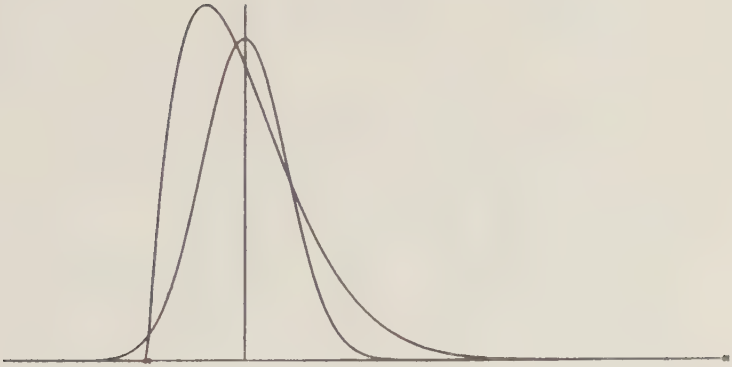
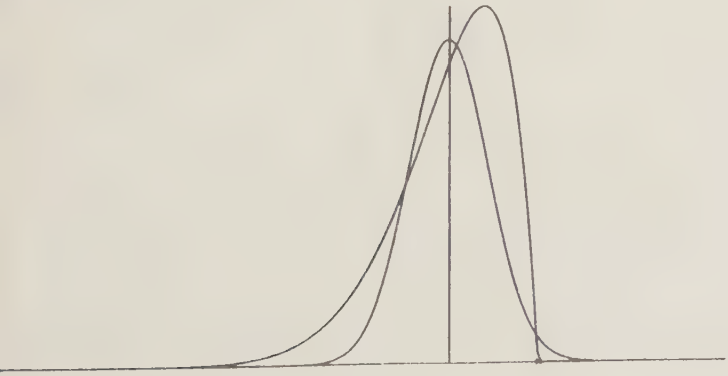


Abb. 2.5 Dichten der Betaberteilung (a=2, b=10) und der momentengleichen Normalverteilung

Abb. 2.6 Dichten der Betaverteilung (a=10, b=2) und der momentengleichen Normalverteilung



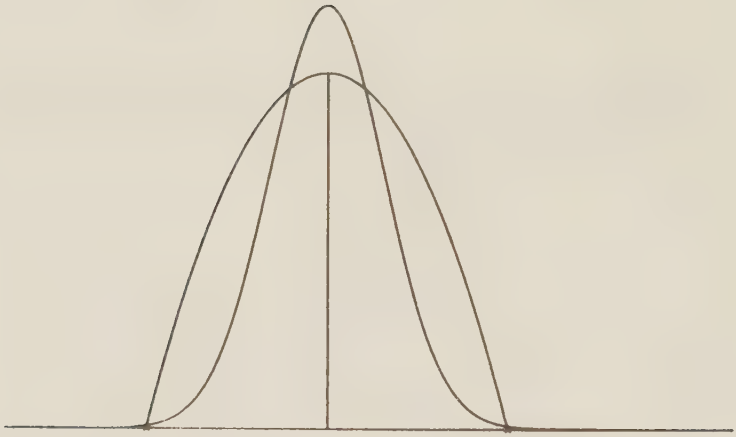
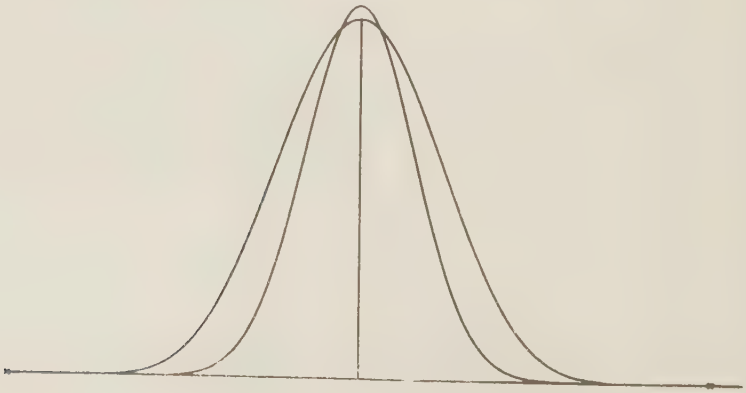


Abb. 2.7 Dichten der Betaverteilung (a=2, b=2) und der momentengleichen Normalverteilung

Abb. 2.8 Dichten der Betaverteilung (a=10, b=10) und der momentengleichen Normalverteilung



2.1.2.3 Ergebnisse der Modellrechnungen

Wie wir in (2.39) gesehen haben, ist $\Delta_N C$ (die relative Abweichung der Kosten C_N bei Anwendung der suboptimalen S-Politik mit $S = S_N$ von den optimalen Kosten C^*) auch eine Funktion des Bestell- bzw. Produktionskostensatzes p. Mit steigendem p wird $\Delta_N C$ kleiner.
Die Ergebnisse für $\Delta_N C$ (in Prozent) für p = 1 sind in Tabelle 1 im Anhang (S. 119-128) zusammengefaßt. Tabelle 2 enthält die entsprechenden Resultate für p = 0.02. Bei der Errechnung der Ergebnisse der jeweils ersten fünf Seiten werden a, b, μ und σ vorgegeben. Wenn sich aus (2.60') und (2.63') ein negativer Wert für LOR ergibt (vgl. a=10), fehlen die entsprechenden Ergebniszeilen. Die übrigen Resultate werden nach Vorgabe von a, b, μ und LOR=0 erzielt.

Der Aufbau dieser Tabellen soll an einem Beispiel demonstriert werden. Seien a = 5 und b = 2 bei p = 1.00 (vgl. S. 122). Mit μ = 1000 und σ = 83 erhalten wir aus (2.60') und (2.63') LOR = 628.81 und UPR = 1148.47 . Es ist dann für h = 1

v	1	2	3	4	5	10	50
$\Delta_N C$ in %	0.05	0.08	0.06	0.04	0.01	0.10	3.14

Wenn $h \neq 1$ und $h \neq 0$ ist, sind diese Ergebnisse so zu verstehen, daß v in den entsprechenden Vielfachen von h gemessen wird, also $v = h, 2 \cdot h, 3 \cdot h, 4 \cdot h, 5 \cdot h, 10 \cdot h, 50 \cdot h$. $\Delta_N C$ behält die gleiche Bedeutung.
Wir wollen den Zusammenhang zum α-Servicegrad (S.61) herstellen. Nach (2.36) ist die Wahrscheinlichkeit, daß der Lagerbestand zur Deckung der Nachfrage ausreicht,

$$P_\alpha = \frac{v}{h+v}$$

Für die untersuchten v-Werte ergibt sich

v	1	2	3	4	5	10	50
P_α in %	50.00	66.67	75.00	80.00	83.33	90.91	98.04

Bei allen Ergebnissen für $\Delta_N C$ in den Tabellen 1 und 2 können diese beiden Interpretationsmöglichkeiten (einerseits Fehlmengenkostensatz v in Vielfachen von h, andererseits α-Servicegrad P_α) ausgetauscht werden. Im gewählten Beispiel heißt das, daß für die untersuchten α-Servicegrade bis etwa

90 % $\Delta_N C$ nicht über 0.1 % liegt.

Es zeigt sich, daß in der überwiegenden Zahl der Fälle $\Delta_N C < 5$ % ist. Aus diesem Rahmen fallen nur die Verteilungen, bei denen $r_m - \mu$ und σ groß werden. Das ist nicht verwunderlich, denn in diesen Fällen (a>b) sind die Nachfragewerte mit der größten Wahrscheinlichkeit groß gegen μ . Da nur der Fall $v \geq h$ interessant erscheint, weichen in diesem Fall die $(\frac{v}{h+v})$-Quantile von Φ und Φ_N (2.36) stärker voneinander ab.

Es dürfte in vielen Lagerhaltungsproblemen schwer fallen, die Kostenparameter sehr genau zu bestimmen. Ein möglicher Fehler bei der Bestimmung der Kostenparameter h, v und p pflanzt sich bis in $\Delta_N C$ - wenn auch gedämpft - fort. Es ist daher im Einzelfall abzuwägen, ob die genauere Ermittlung der Nachfrageverteilung ökonomisch sinnvoll ist. Für schiefe Verteilungen, bei denen in der Nähe des $(\frac{v}{h+v})$-Quantils viel Wahrscheinlichkeitsmasse konzentriert ist, muß die genauere Analyse erfolgen.

2.2 Das Modell mit Fixkosten

2.2.1 Theoretische Ergebnisse

2.2.1.1 Einleitung

Mit diesem Modell haben sich zahlreiche Autoren befaßt (z.B. IGLEHART, SCARF, TIJMS, KLEMM und MIKUT). Die optimale Politik ist eine sogenannte (s,S)-Politik, d.h. es gibt zwei Zahlen s und S mit $s \leq S$ und

$$(2.64)\quad u_{opt} = \begin{cases} S-x & \text{für } x \leq s \\ 0 & \text{für } x > s \end{cases}$$

Abb. 2.7.

Es ist bekannt, daß die Berechnung der Zahlen s und S mit großen Schwierigkeiten verbunden ist.

Die in Abschnitt 2.1. untersuchte S-Politik ist als Spezialfall der (s,S)-Politik mit s = S anzusehen. Für K = 0 in (2.4) ist also ein viel geringerer Aufwand notwendig, um zur optimalen Politik zu gelangen, als dies für große Fixkosten K erwartet werden darf. Der Anteil der Fixkosten an den Durchschnittskosten wird bei der (s,S)-Politik dadurch herabgesetzt, daß der Abstand der Bestellzeitpunkte wächst. Es ist zu erwarten, daß relativ zu den anderen Kostenparametern p, h und v geringe Fixkosten K auf die Politik ohne Einfluß sind, da bei einer Mindestnachfrage LOR $\geq$ 0 dann trotzdem in jeder Entscheidungsperiode bestellt wird. Für solche Fälle könnten die Ergebnisse des Abschnitts 2.1 übertragen werden, einschließlich der Aussage über die Existenz von Dynamischen Sicherheitsäquivalenten. Eine direkte analytische Berechnung der Werte s und S aus den Kostenparametern h, v, p und K ist nicht möglich. Es ist daher nötig, einen Umweg zu wählen.

Am einfachsten erscheint es, die MARKOV-Eigenschaft des Prozesses auszunutzen zur Berechnung der stationären Grenzverteilung bzw. -dichte an diskreten Punkten des Zustandsraumes. Dann können analog zu (2.28) für verschiedene s und S die Durchschnittskosten C und die zum Minimum von C gehörenden s und S berechnet werden. Dieses Verfahren enthüllt keine Struktur der auftretenden Funktionen. Seine Exaktheit ist vom Grad der Diskretisierung des Zustandsraumes abhängig.

Die in früheren Arbeiten(z.B. KLEMM und MIKUT) vorgeschlagenen Approximierungsverfahren gehen von einer genaueren theoretischen Analyse des Problems aus, verdecken diese Struktur aber ebenfalls durch die Näherungstechniken. Eine Abschätzung der durch die Approximation begangenen Fehler erscheint auch hier unerläßlich. Wir werden im folgenden noch näher an der analytischen Ableitung bleiben. Dies ist möglich, weil wir nicht wie frühere Autoren nach einem effizienten Verfahren zur Berechnung der optimalen (s, S)-Politik suchen, sondern der Frage nachgehen, welche fixen Bestellkosten vernachlässigt werden dürfen.

Zunächst werden wir die Grenzwahrscheinlichkeitsdichte des Zustands (2.92) und damit die optimalen Durchschnittskosten als Funktion der Parameter s und S (2.105) bestimmen. Die Form der Optimalitätsbedingungen (2.116) und (2.117) gibt Veranlassung, nicht für alternative K die optimale (s,S)-Politik, sondern für alternative (s,S)-Politiken diejenigen Fixkosten K zu bestimmen, für die die Durchschnittskosten ein lokales Minimum annehmen. An der auf diese Weise entstandenen Tabelle 3 (Anhang) kann abgelesen werden, bis zu welcher Größenordnung die Fixkosten vernachlässigbar sind. Für die Lagerhaltung bedeutet es eine große Erleichterung zu wissen, welche Fixkosten vernachlässigt werden dürfen, denn in diesem Fall kann auf die genaue Kenntnis der Nachfrageverteilung verzichtet werden. Wie wir in Abschnitt 2.1 gesehen haben, ist dann nur die Bestimmung eines Quantils der Verteilung erforderlich. Von wenigen Ausnahmen abgesehen ist das System gegenüber Fehlschätzungen der Nachfrageverteilung robust, d.h. die Abweichung der Kosten der durch diese Fehlschätzung verursachten suboptimalen Politik vom Optimum liegt im Bereich weniger Prozente.

Wir werden sehen, daß im Fall nicht vernachlässigbarer Fixkosten der Verlauf der Nachfrageverteilung genau bekannt sein muß, da in die Bestimmung der Parameter s und S der optimalen Politik unvollständige Faltungen höherer Ordnung der Nachfrageverteilung eingehen. Sind die Fixkosten innerhalb einer gewissen Toleranz, mit der von theoretischen Optimum abgewichen werden darf, entscheidungsrelevant, dann ist also eine erheblich umfangreichere Information über die Nachfrageverteilung nötig. Dieser Aufwand der Beschaffung der Nachfragedaten wird noch vergrößert durch die komplizierte Bestimmung der Parameter der optimalen (s,S)-Politik.

Die Kosten, die mit diesem Rechenaufwand verbunden sind, sollten in die Überlegungen über die Vorgabe der Toleranzgrenze einbezogen werden.

2.2.1.2 Die Grenzwahrscheinlichkeitsdichte des Zustands

Die optimale Entscheidung ist es also, das Lager auf den Bestand S aufzufüllen, wenn der Lagerbestand am Beginn der Entscheidungsperiode kleiner als s ist, und nichts zu tun, wenn der Lagerbestand mindestens s ist. Sei $D = S-s$. Es ist

$$x + u_{opt} = \begin{cases} S & \text{für } x \leq s \\ x & \text{für } x > s \end{cases}$$

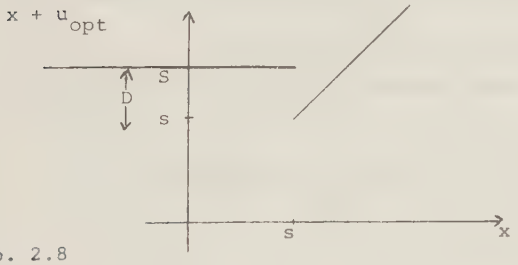


Abb. 2.8

Aus (2.5) folgt

$$(2.65) \quad x_{k+1} = \begin{cases} S-r_k & \text{für } x_k \leq s \\ x_k-r_k & \text{für } x_k > s \end{cases}$$

Die Folge der Zustände $\{x_k\}_{k=0,1,2,\ldots}$ bildet einen MARKOV-Prozeß, für den eine stationäre Grenzverteilung F existiert. Sie kann analog zu (2.21) gefunden werden aus

$$(2.66)\quad F(x) = 1 - F(s) \cdot \phi(S-x) - \int_s^\infty \phi(t-x)\, dF(t)$$

Für die zu F gehörende Grenzdichte f gilt dann dort, wo sie existiert,

$$(2.67)\quad f(x) = F(s) \cdot \phi(S-x) + \int_s^\infty \phi(t-x) dF(t)$$

Die zu (2.23) und (2.24) analogen Aussagen (s statt S) sind im allgemeinen nicht mehr erfüllt. Daher müssen wir bei der Lösung der Integralgleichung (2.67) anders vorgehen (vgl. etwa POGORZELSKI). Zunächst zeigen wir, daß

$$(2.68)\quad F(s) = \int_{-\infty}^s f(x)dx \neq 0$$

ist. Wäre dagegen $F(s) = 0$, so folgt aus (2.67)

$$f(x) - \int_s^\infty \phi(t-x) f(t) dt = 0$$

d.h. f erfüllt eine homogene FREDHOLMsche Integralgleichung. Dann folgt aus den speziellen Eigenschaften der Kernfunktion

$$(2.69)\quad \text{Kern}\,(x,y) := \phi(y-x)$$

daß

$$f(x) \equiv 0$$

ist. Damit ist f keine Dichtefunktion, denn es wäre dann auch

$$\int_{-\infty}^\infty f(t)dt = 0$$

Eine Dichtefunktion f muß dagegen

$$(2.70)\quad \int_{-\infty}^\infty f(t)dt = 1$$

genügen. Es ist also (2.68) richtig. Wir definieren

$$(2.71)\quad g(x) := \frac{f(x)}{F(s)}$$

Aus (2.70) folgt

$$(2.72)\quad \int_{-\infty}^\infty g(x)\, dx = \frac{1}{F(s)}$$

und g erfüllt wegen (2.67) die FREDHOLMsche Integralgleichung 2. Art

$$(2.73)\quad g(x) - \int_s^\infty \text{Kern}\,(x,t)\cdot g(t)\,dt = \phi(S-x)$$

Bei der Lösung dieser Gleichung (2.73) und den anschließenden Überlegungen stoßen wir auf folgenden Faltungsoperator Ω

$$(2.74)\quad \Omega w(y) := w(y) + \int_{LOR}^{D} w(y-r)\cdot\phi(r)\,dr + \int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1} w(y-r_1-r_2)$$

$$\cdot\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1 + \int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}\int_{LOR}^{D-r_1-r_2} w(y-r_1-r_2-r_3)$$

$$\cdot\phi(r_3)dr_3\cdot\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1+\ldots$$

Dabei nehmen alle Integrale, deren Obergrenze kleiner als ihre Untergrenze ist, den Wert Null an.
Die Lösung von (2.73) kann dann so geschrieben werden

$$(2.75)\quad g(x) = \text{KPHI}\,(S-x)$$

mit

$$(2.76)\quad \text{KPHI}(y) := \Omega\phi(y)$$

$$= \phi(y) + \int_{LOR}^{D} \phi(y-r)\cdot\phi(r)dr + \int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}\phi(y-r_1-r_2)$$

$$\cdot\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1+\ldots$$

Der Name KPHI soll an ϕ(Klein-Phi) erinnern, denn für $D \notin LOR$ ist KPHI $(y) = \phi(y)$.
Wir wollen zeigen, daß $g(y)$ aus (2.75) die Integralgleichung (2.73) löst. Zu diesem Zweck schreiben wir (2.73) in der Form

$$(2.73')\quad g(x) = \phi(S-x) + \int_s^\infty \phi(t-x)\cdot g(t)dt$$

und betrachten den zweiten Summanden der rechten Seite dieser Gleichung. Durch die Substitution $r = t-x$ und (2.75) und (2.76) erhalten wir

$$\int_s^\infty \phi(t-x)\,g(t)dt = \int_{s-x}^\infty g(x+r)\cdot\phi(r)dr$$

$$= \int_{s-x}^\infty \text{KPHI}(S-x-r)\cdot\phi(r)dr$$

$$= \int_{s-x}^\infty \phi(S-x-r)\cdot\phi(r)dr + \int_{s-x}^\infty\int_{LOR}^{D}\phi(S-x-r-r_1)$$

$$\cdot\phi(r_1)dr_1\cdot\phi(r)dr + \int_{s-x}^\infty\int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}\phi(S-x-r-r_1-r_2)\cdot\phi(r_2)dr_2$$

$$\cdot\phi(r_1)dr_1\cdot\phi(r)dr+\ldots$$

Die Integrationsreihenfolge darf vertauscht werden.
Wir führen die Intgration über r zuerst aus.

$$\int_{s}^{\infty}\phi(t-x)\cdot g(t)dt=\int_{s-x}^{\infty}\phi(S-x-r)\cdot\phi(r)dr+\int_{LOR}^{D}\int_{s-x}^{\infty}\phi(S-x-r_1-r)\cdot\phi(r)dr$$

$$\cdot\phi(r_1)dr_1+\int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}\int_{s-x}^{\infty}\phi(S-x-r_1-r_2-r)\cdot\phi(r)dr$$

$$\cdot\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1+\ldots$$

Da $\phi(r) = 0$ ist für $r \leq LOR$, muß beim 2. Summanden

$$S - x - r_1 - r > LOR$$

sein, damit dieser nicht verschwindet. Also ist stets

$$r < S - LOR - x - r_1$$

und die Obergrenze "∞" darf durch $S - LOR - x - r_1$ ersetzt werden. Beim nächsten Summanden kann analog die Obergrenze $S - LOR - x - r_1 - r_2$ eingesetzt werden. Beim ersten ist $S - LOR - x$ zu setzen.
Im zweiten Integral führen wir die Substitution

$$r_2 = S - x - r_1 - r$$

durch. Dann ist dort

$$\int_{LOR}^{D}\int_{s-x}^{\infty}\phi(S-x-r_1-r)\cdot\phi(r)dr\cdot\phi(r_1)dr_1$$

$$=\int_{LOR}^{D}\int_{s-x}^{S-LOR-x-r_1}\phi(S-x-r_1-r)\cdot\phi(r)dr\cdot\phi(r_1)dr_1$$

$$=\int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}\phi(r_2)\cdot\phi(S-x-r_1-r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1$$

$$=\int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}\phi(S-x-r_1-r_2)\cdot\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1$$

Analog folgt durch die Substitution $r_3 = S - x - r_1 - r_2 - r$

$$\int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}\int_{s-x}^{\infty}\phi(S-x-r_1-r_2-r)\cdot\phi(r)dr\cdot\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1$$

$$=\int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}\int_{LOR}^{D-r_1-r_2}\phi(S-x-r_1-r_2-r_3)\cdot\phi(r_3)dr_3\cdot\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1$$

Der erste und alle folgenden Summanden können auf ähnliche Weise behandelt werden. Damit haben wir die rechte Seite der Integralgleichung (2.73') umgeformt.

$$\phi(S-x) + \int_S^\infty \phi(t-x)\cdot g(t)\,dt$$

$$= \phi(S-x) + \int_{LOR}^{D} \phi(S-x-r)\cdot\phi(r)dr + \int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1} \phi(S-x-r_1-r_2)\cdot\phi(r_2)dr_2$$

$$\cdot\phi(r_1)dr_1 + \int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}\int_{LOR}^{D-r_1-r_2} \phi(S-x-r_1-r_2-r_3)\cdot\phi(r_3)dr_3$$

$$\cdot\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1 + \ldots$$

$$= \text{KPHI}(S-x) \qquad \text{nach (2.76)}$$

Der Vergleich mit (2.75) zeigt, daß die Integralgleichung erfüllt ist. Für die folgenden Untersuchungen ist die Kenntnis von Träger (KPHI) erforderlich.

Da in (2.76) kein Summand - die Integrale sind unvollständige Faltungen von ϕ - negativ werden kann, ist offenbar

(2.77) Träger (KPHI) $\supset$ Träger (ϕ) = [LOR,UPR]

Zur genaueren Bestimmung nutzen wir die Eigenschaften der Funktion ϕ

(2.78) $\phi(r) = 0$ für alle $r \notin$ Träger (ϕ)
$\phi(r) > 0$ für alle $r \in (LOR,UPR)$

Der zweite Summand in KPHI(y)

$$I_o(y) := \int_{LOR}^{D} \phi(y-r)\cdot\phi(r)dr$$

ist also genau dann positiv, wenn die Bedingungen

(2.79)
(a) LOR < D und
(b) $\phi(y-r)\cdot\phi(r) > 0$ für $r \in (LOR,D)$

erfüllt werden.

Hat $\phi(r)$ die Form wie in Abbildung (2.5), dann ist $\phi(y-r)$ von der Gestalt wie in Abbildung 2.6 . Nur in dem Bereich, wo sich beide Funktionen überlagern, ist Bedingung (b) erfüllbar (vgl. Abb. 2.9). Durch (2.78) kann die Bedingung (b) umgeformt werden. Sie ist genau dann erfüllt, wenn für $r \in (LOR,D)$ gilt:

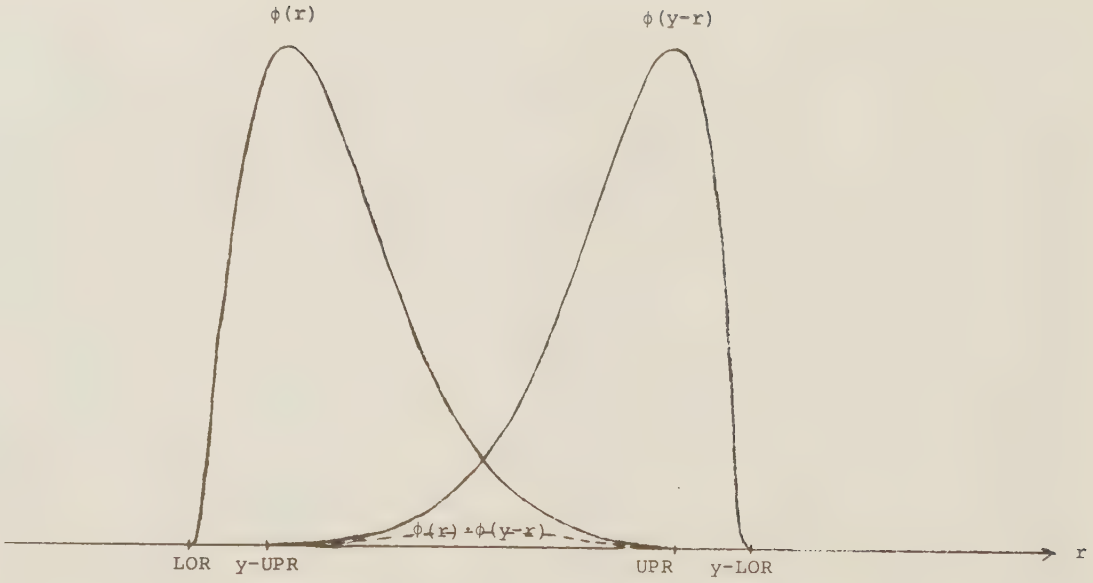


Abb. 2.9 Zum Träger von $\phi(.)*\phi(y-.)$ für festes y

(2.79) (c) $LOR < y-r < UPR$ und

(d) $LOR < r < UPR$

Statt (c) darf geschrieben werden

(2.79) (e) $y-UPR < r < y-LOR$

Zusammenfassend können (a) und (b) ersetzt werden durch

(2.79) (f) $\max\{LOR, y-UPR\} < \min\{D, UPR, y-LOR\}$

Insbesondere ist also $I_o(y) = 0$, wenn

(2.80) $y \leq 2 \cdot LOR$ oder
$y \geq UPR + D$ oder
$y \geq 2 \cdot UPR$

Damit haben wir folgende Inklusion

$$(2.81)\quad \text{Träger (KPHI)} \subset \begin{cases} [LOR, \min\{UPR + D, 2\cdot UPR\}] & \text{für } 2\cdot LOR \leq UPR \\ [LOR, UPR] \cup [2\cdot LOR, \min\{UPR+D, 2\cdot UPR\}] & \text{für } 2\cdot LOR > UPR \end{cases}$$

Wir wollen zeigen, daß

$$(2.82)\quad \text{Träger (KPHI)} = \begin{cases} [LOR,\ UPR + D] & \text{für } 2 \cdot LOR \leq UPR \\ [LOR, UPR] \cup \bigcup_{k=0}^{\infty} [(k+2)\cdot LOR, \min\{UPR+D, (k+2)\cdot UPR\}] & \text{für } 2 \cdot LOR > UPR \end{cases}$$

Zu diesem Zweck betrachten wir den (k+2)-ten Summanden von KPHI(y) in (2.76) für k = 0,1,2,... Mit

$$\rho_k := \sum_{l=1}^{k} r_l$$

sei (2.83)

$$I_k(y) := \int_{LOR}^{D} \int_{LOR}^{D-r_1} \cdots \int_{LOR}^{D-\rho_k} \phi(y-\rho_{k+1})\cdot\phi(r_{k+1})\,dr_{k+1}\cdots\phi(r_2)\,dr_2\cdot\phi(r_1)\,dr_1$$

Wir wollen nachweisen, daß gilt

(2.84) Träger $(I_k) = [(k+2)\cdot LOR, \min\{UPR+D, (k+2)\cdot UPR\}]$

Für k = 0 ist diese Behauptung richtig. Für k = 1,2,... treten an die Stelle von (2.79) (a) die Bedingungen

$$LOR < r_1 < D$$

$$LOR < r_2 < D - \rho_1 = D - r_1$$

$$\vdots$$

$$LOR < r_{k+1} < D - \rho_k = D - \sum_{l=1}^{k} r_l$$

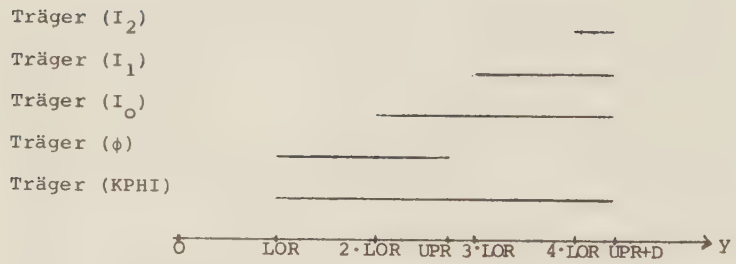


Abb. 2.10 Träger (KPHI) für 2 · LOR ≦ UPR

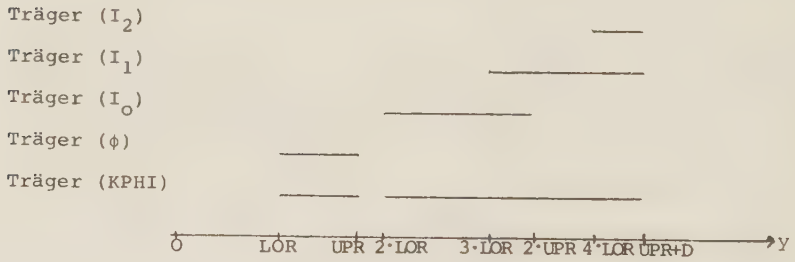


Abb. 2.11 Träger (KPHI) für UPR < 2 · LOR und 3 · LOR ≦ 2· UPR

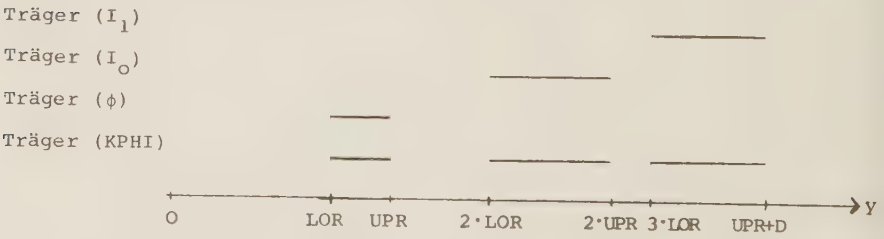


Abb. 2.12 Träger (KPHI) für UPR < 2 · LOR, 2 · UPR < 3 · LOR

Durch die Summation der linken Ungleichungen erhalten wir

$$(k+1) \cdot LOR < \rho_{k+1}$$

Aus der rechten letzten Ungleichung folgt

$$\rho_{k+1} < D$$

Anstelle von (2.79) (b) haben wir

$$\phi(y-\rho_{k+1}) \cdot \phi(r_{k+1}) > 0 \quad \text{für } r_{k+1} \in (LOR, D-\rho_k) \text{ und}$$

$$\rho_{k+1} \in ((k+1)\cdot LOR, D)$$

Das ist äquivalent mit

$$LOR < y - \rho_{k+1} < UPR \quad \text{und}$$

$$LOR < r_{k+1} < UPR$$

Ferner ist zu beachten, daß die Teile der äußeren Integrale verschwinden, die außerhalb von Träger (ϕ) liegen:

$$LOR < r_1 < UPR$$

$$LOR < r_2 < UPR$$

$$\vdots$$

$$LOR < r_{k+1} < UPR$$

Die Summation der rechten Ungleichungen ergibt

$$\rho_{k+1} < (k+1) \cdot UPR$$

Damit läßt sich zusammenfassend schreiben

$$\max \{(k+1)\cdot LOR,\ y-UPR\} < \rho_{k+1} < \min \{D, (k+1)\cdot UPR,\ y-LOR\}$$

Insbesondere ist also $I_k(y) = 0$, wenn

(a) $y \leq (k+2) \cdot LOR$ oder

(b) $y \geq UPR + D$ oder

(c) $y \geq (k+2) \cdot UPR$

Damit ist (2.84) bewiesen. Wir kennen Träger (I_k).

Für alle $k \geq \frac{D-UPR}{UPR}$ ist

$$\min \{UPR+D,\ (k+2) \cdot UPR\} = UPR + D$$

Das bedeutet, daß kein Träger über UPR + D hinausreicht. Für alle k, die $(k+2)\cdot LOR \geq UPR + D$ erfüllen (alle diese

k sind auch größer als $\frac{D-UPR}{UPR}$), gilt

$$\text{Träger } (I_k) = \emptyset.$$

Für LOR > 0 ist daher die Anzahl der Summanden von KPHI in (2.76) endlich.
Wegen der Nichtnegativität aller Summanden von KPHI dürfen wir schreiben

$$\text{Träger (KPHI)} = \text{Träger } (\phi) \cup \bigcup_{k=0}^{\infty} \text{Träger } (I_k)$$

$$= [LOR, UPR] \cup \bigcup_{k=0}^{\infty} [(k+2)\cdot LOR, \min\{UPR+D, (k+2)\cdot UPR\}]$$

$$= [LOR, UPR] \cup [2\cdot LOR, \min\{UPR+D, 2\cdot UPR\}]$$

$$\cup [3\cdot LOR, \min\{UPR+D, 3\cdot UPR\}] \cup \ldots$$

Träger (KPHI) setzt sich also aus mehreren Intervallen zusammen, die sich überlappen können.
Wir wollen die Verschachtelung der Träger an den drei Abbildungen (2.10) bis (2.12) demonstrieren.

Wir werden zwei Integrale über KPHI berechnen, die für die weiteren Betrachtungen von Bedeutung sind. Vorher definieren wir noch (vgl.(2.74))

$$(2.85)\quad PHI(y) := \Omega\Phi(y) = \Phi(y) + \int_{LOR}^{D} \Phi(y-r)\cdot\phi(r)dr + \ldots$$

Der Name PHI soll an Φ erinnern, denn für $D \leq LOR$ ist $PHI(y) = \Phi(y)$. Nach (2.75) und (2.84) ist dann

$$(2.86)\quad \int_{-\infty}^{\infty} g(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} KPHI(S-x)dx = \int_{LOR}^{UPR+D} KPHI(r)dr$$

$$= \int_{LOR}^{UPR} \phi(r)dr + \int_{2\cdot LOR}^{UPR+D} \int_{LOR}^{D} \phi(r-r_1)\cdot\phi(r_1)dr_1dr$$

$$+ \int_{3\cdot LOR}^{UPR+D} \int_{LOR}^{D} \int_{LOR}^{D-r_1} \phi(r-r_1-r_2)\cdot\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1dr + \ldots$$

Wir vertauschen die Integrationsreihenfolge.

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(x)dx = 1 + \int_{LOR}^{D} \int_{2\cdot LOR}^{UPR+D} \phi(r-r_1)dr\cdot\phi(r_1)dr_1 + \int_{LOR}^{D} \int_{LOR}^{D-r_1} \int_{3\cdot LOR}^{UPR+D} \phi(r-r_1-r_2)dr$$

$$\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1 + \ldots$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(x)dx = 1 + \int_{LOR}^{D} [1-\phi(2\cdot LOR-r_1)]\cdot\phi(r_1)dr_1 + \int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1} [1-\phi(3\cdot LOR-r_1-r_2)]$$

$$\cdot\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1+...$$

Für $r_1 \geq LOR$ ist $2 \cdot LOR - r_1 \leq LOR$ und daher $\phi(2\cdot LOR-r_1) = 0$.

Für die weiteren Summanden gilt entsprechendes.

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(x)dx = 1 + \phi(D) + \int_{LOR}^{D} \phi(D-r_1)\cdot\phi(r_1)dr_1 + ...$$

$$(2.87)\quad \int_{-\infty}^{\infty} g(x)dx = 1 + PHI(D)$$

mit PHI aus (2.85).

Aus (2.72) folgt

$$(2.88)\quad \frac{1}{F(s)} = 1 + PHI(D)$$

Ferner ist für $x > LOR$

$$\int_{LOR}^{x} KPHI(r)dr = \int_{LOR}^{x} \phi(r)dr + \int_{2\cdot LOR}^{x}\int_{LOR}^{D} \phi(r-r_1)\cdot\phi(r_1)dr_1dr$$

$$+ \int_{3\cdot LOR}^{x}\int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1} \phi(r-r_1-r_2)\cdot\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1dr+...$$

$$= \phi(x) + \int_{LOR}^{D}\int_{2\cdot LOR}^{x} \phi(r-r_1)dr\cdot\phi(r_1)dr_1$$

$$+ \int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}\int_{3\cdot LOR}^{x} \phi(r-r_1-r_2)dr\cdot\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1+...$$

$$= \int_{LOR}^{D} \phi(x-r_1)\cdot\phi(r_1)dr_1 + \int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1} \phi(x-r_1-r_2)\cdot\phi(r_2)dr_2$$

$$\cdot\phi(r_1)dr_1+...$$

$$(2.89)\quad \int_{LOR}^{x} KPHI(r)dr = PHI(x)$$

Daraus ergibt sich wegen (2.82) für $x \geq UPR + D$

$$(2.90)\quad \int_{LOR}^{x} KPHI(r)dr = \int_{LOR}^{UPR+D} KPHI(r)dr = PHI(UPR+D)$$

Andererseits ist wegen (2.86) und (2.87)

$$\int_{LOR}^{UPR+D} KPHI(r)dr = 1 + PHI(D)$$

Daraus folgt für $D \geq LOR$

$$(2.91)\quad \int_{D}^{UPR+D} KPHI(r)dr = \int_{LOR}^{UPR+D} KPHI(r)dr - \int_{LOR}^{D} KPHI(r)dr = 1$$

Wir wollen f(x) aus (2.71) berechnen.

$$f(x) = g(x) \cdot F(s)$$

$$(2.92)\quad f(x) = \frac{KPHI(S-x)}{1+PHI(D)} \qquad \text{nach (2.75) und (2.88)}$$

Offenbar ist wegen (2.82)

$$(2.93)\quad \text{Träger}(f) = [S-UPR, S-LOR] \cup \bigcup_{k=0}^{\infty} [\max\{s-UPR, S-(k+2)\cdot UPR\},$$
$$S-(k+2)\cdot LOR]$$

Für $2 \cdot LOR \leq UPR$ ist speziell

$$\text{Träger}(f) = [s-UPR,\ S-LOR]$$

Diese Grenzdichte f kann auch auf anderem Weg ermittelt werden. Mit y bezeichnen wir den Lagerbestand vor Abgang der Nachfrage, also $y = x + r$. Nach ROSS hat dann die Verteilungsfunktion G(y) in der hier eingeführten Notation die Form

$$(2.94)\quad G(y) = \begin{cases} 0 & \text{für } y < s \\ \frac{PHI(D)-PHI(S-y)}{1+PHI(D)} & \text{für } s \leq y < S \\ 1 & \text{für } S \leq y \end{cases}$$

Es ist

$$(2.95)\quad f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(y-x)dG(y)$$

Dabei ist zu beachten, daß G an der Stelle S nicht stetig ist. Die Berechnung von f aus (2.95) führt auf das Ergebnis (2.92). Diese zweite Herleitung basiert auf der Erneuerungs-

theorie. In der Terminologie dieser Theorie wird der Faktor 1+PHI(D) als Länge der Erneuerungsperiode bezeichnet. Die Erneuerungsperiode ist die Zeitspanne - gemessen als Vielfaches der Länge der Entscheidungsperiode -, die im Mittel zwischen zwei Entscheidungen ungleich Null vergeht.

2.2.1.3 Die optimalen Durchschnittskosten

Analog zu (2.27) ist

$$(2.96)\quad C_{opt} = \int_{LOR}^{} c(x) \cdot f(x)dx$$

mit

$$(2.97)\quad c(x) = \begin{cases} p \cdot (S-x) + K + Q(S) & \text{für } x \leq s \\ Q(x) & \text{für } x > s \end{cases}$$

und Q aus (2.29). Durch die Substitution x = S-r wird C_{opt} eine Funktion von S und D. Wir wollen deshalb statt C_{opt} C(S,D) schreiben. Unter Beachtung der Eigenschaften von Träger (KPHI)(2.82) ist

$$C(S,D) = \frac{1}{1+PHI(D)} \int_{LOR}^{UPR+D} c(S-r)\cdot KPHI(r)dr$$

$$(2.98)\quad C(S,D)=\frac{1}{1+PHI(D)} \cdot \{p \cdot \int_{D}^{UPR+D} r\cdot KPHI(r)dr+[K+Q(S)]\cdot \int_{D}^{UPR+D} KPHI(r)dr$$

$$- \int_{LOR}^{} Q(S-r)\cdot KPHI(r)dr\}$$

Es empfiehlt sich, zur Abkürzung folgende Definition einzuführen

$$(2.99)\quad PSI(y) := \psi(y) + \int_{LOR}^{D} [\psi(y-r)+ r\cdot\phi(y-r)]\cdot\phi(r)dr$$

$$+ \int_{LOR}^{D} \int_{LOR}^{D-r_1} [\psi(y-r_1-r_2)+(r_1+r_2)\cdot\phi(y-r_1-r_2)]$$

$$\cdot\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1+\ldots$$

wobei hinsichtlich der Integrationsgrenzen die gleiche Aussage wie beim Operator Ω(2.74) gemacht werden muß. Zur Definition von PSI(y) (2.99) wählt, weil PSI(y) = ψ(y) ist für D≤LOR. Mit (2.89) erhalten wir für x ≥ LOR

$$\int_{LOR}^{x} r\cdot KPHI(r)dr = \int_{LOR}^{x} r\cdot\phi(r)dr + \int_{2\cdot LOR}^{x} r\cdot\int_{LOR}^{D}\phi(r-r_1)\cdot\phi(r_1)dr_1$$

$$+\int_{3\cdot LOR}^{x} r\cdot\int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}\phi(r-r_1-r_2)\cdot\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1+\ldots$$

$$\int_{LOR}^{x} r\cdot KPHI(r)dr=\Psi(x)+\int_{LOR}^{D}\int_{2\cdot LOR}^{x} r\cdot\phi(r-r_1)dr\cdot\phi(r_1)dr_1$$

$$+\int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}\int_{3\cdot LOR}^{x} r\cdot\phi(r-r_1-r_2)dr\cdot\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1+\ldots$$

$$=\Psi(x)+\int_{LOR}^{D}\int_{2\cdot LOR-r_1}^{x-r_1}(r_1+r_2)\cdot\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1$$

$$+\int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}\int_{3\cdot LOR-r_1-r_2}^{x-r_1}(r_1+r_2+r_3)\cdot\phi(r_3)dr_3\cdot\phi(r_2)dr_2$$

$$\cdot\phi(r_1)dr_1+\ldots$$

$$=\Psi(x)+\int_{LOR}^{D}\left[\Psi(x-r_1)+r_1\cdot\Phi(x-r_1)\right]\cdot\phi(r_1)dr_1$$

$$+\int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}\left[\Psi(x-r_1-r_2)+(r_1+r_2)\cdot\Phi(x-r_1-r_2)\right]\cdot\phi(r_2)dr_2$$

$$\cdot\phi(r_1)dr_1+\ldots$$

$$\int_{LOR}^{x} r\cdot KPHI(r)dr = PSI(x) \qquad (2.100)$$

Wegen (2.82) gilt für $x \geq UPR + D$

$$\int_{LOR}^{x} r\cdot KPHI(r)dr = \int_{LOR}^{UPR+D} r\cdot KPHI(r)dr = PSI(UPR+D)$$

$$=\Psi(UPR)+\int_{LOR}^{D}\left[\Psi(UPR+D-r_1)+r_1\cdot\Phi(UPR+D-r_1)\right]\cdot\phi(r_1)dr_1$$

$$+\int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}\left[\Psi(UPR+D-r_1-r_2)+(r_1+r_2)\cdot\Phi(UPR+D-r_1-r_2)\right]$$

$$\cdot\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1+\ldots$$

$$=\mu+\int_{LOR}^{D}(\mu+r_1)\cdot\phi(r_1)dr_1+\int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}(\mu+r_1+r_2)\cdot\phi(r_2)dr_2$$

$$\cdot\phi(r_1)dr_1+\ldots$$

$$= \mu+\mu\cdot\Phi(D)+\Psi(D)+\mu\cdot\int_{LOR}^{D}\Phi(D-r_1)\cdot\phi(r_1)dr_1$$

$$+\int_{LOR}^{D}\left[\Psi(D-r_1)+r_1\cdot\Phi(D-r_1)\right]\cdot\phi(r_1)dr_1+\ldots$$

(2.101) $$\int_{LOR}^{x} r\cdot KPHI(r)dr=\mu\cdot\left[1+PHI(D)\right]+PSI(D) \quad \text{für } x\geq UPR+D$$

Analog zu (2.91) erhalten wir

(2.102) $$\int_{D}^{UPR+D} r\cdot KPHI(r)dr = \mu\cdot\left[1+PHI(D)\right]$$

Wir tragen die Ergebnisse (2.30), (2.91) und (2.102) zusammen und erhalten aus (2.98)

$$C(S,D) = p\cdot\mu+\frac{1}{1+PHI(D)}\cdot\{K+Q(S)+(h+v)\cdot\int_{LOR}^{D}\left[(S-r)\cdot\Phi(S-r)-\Psi(S-r)\right]\cdot KPHI(r)dr$$

$$+v\cdot\int_{LOR}^{D}(\mu-S+r)\cdot KPHI(r)dr\}$$

(2.103) $$C(S,D) = p\cdot\mu+\frac{1}{1+PHI(D)}\cdot\{K+(h+v)\cdot\left[S\cdot\Phi(S)-\Psi(S)\right]+v\cdot(\mu-S)$$

$$+v\cdot(\mu-S)\cdot PHI(D)+v\cdot PSI(D)+(h+v)\cdot\int_{LOR}^{D}\left[(S-r)\cdot\Phi(S-r)\right.$$

$$\left.-\Psi(S-r)\right]\cdot KPHI(r)dr\}$$

Dabei sind (2.89) und (2.100) für x = D eingesetzt worden. Wir wollen das in (2.103) verbliebene Integral ausrechnen.

$$\int_{LOR}^{D}\left[(S-r)\cdot\Phi(S-r)-\Psi(S-r)\right]\cdot KPHI(r)dr$$

$$=\int_{LOR}^{D}\left[(S-r)\cdot\Phi(S-r)-\Psi(S-r)\right]\cdot\phi(r)dr+\int_{2\cdot LOR}^{D}\left[(S-r)\cdot\Phi(S-r)-\Psi(S-r)\right]$$

$$\cdot\int_{LOR}^{D}\phi(r-r_1)\cdot\phi(r_1)dr_1dr+\int_{3\cdot LOR}^{D}\left[(S-r)\cdot\Phi(S-r)-\Psi(S-r)\right]$$

$$\cdot\int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}\phi(r-r_1-r_2)\cdot\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1dr+\ldots$$

$$=S\cdot\int_{LOR}^{D}\Phi(S-r)\cdot\phi(r)dr-\int_{LOR}^{D}\left[\Psi(S-r)+r\cdot\Phi(S-r)\right]\cdot\phi(r)dr$$

$$+S\cdot\int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}\phi(S-r_1-r_2)\cdot\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1-\int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}[\psi(S-r_1-r_2)$$

$$+(r_1+r_2)\cdot\phi(S-r_1-r_2)]\cdot\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1+\ldots$$

$$(2.104)\qquad = S\cdot[PHI(S)-\phi(S)]-[PSI(S)-\psi(S)]$$

Wir setzen dieses Ergebnis (2.104) in (2.103)ein.

$$(2.105)\quad C(S,D) = (p+v)\cdot\mu-v\cdot S+\frac{1}{1+PHI(D)}\cdot\{K+(h+v)\cdot[S\cdot PHI(S)-PSI(S)]+v\cdot PSI(D)\}$$

2.2.1.4 Notwendige Optimalitätsbedingungen

Wir differenzieren C(S,D) nach S und D, um die Bedingungen für die Optimalität der Parameter zu finden. Zunächst berechnen wir die entsprechenden Differentialquotienten der auftretenden Funktionen.

Es ist

$$(2.106)\quad \frac{\partial PHI(D)}{\partial S} = 0$$ wegen (2.85) in Verbindung mit (2.74)

und

$$(2.107)\quad \frac{\partial PSI(D)}{\partial S} = 0$$ wegen (2.99)

Aus (2.89) folgt

$$\frac{\partial PHI(S)}{\partial S} = \frac{\partial}{\partial S}\int_{LOR}^{S} KPHI(r)dr$$

$$(2.108)\quad \frac{\partial PHI(S)}{\partial S} = KPHI(S)$$

Aus (2.100) folgt

$$\frac{\partial PSI(S)}{\partial S} = \frac{\partial}{\partial S}\int_{LOR}^{S} r\cdot KPHI(r)dr$$

$$(2.109)\quad \frac{\partial PSI(S)}{\partial S} = S\cdot KPHI(S)$$

Wegen LOR $\geq$ 0 ist $\phi(0) = 0$. Daher ist

$$\frac{\partial PHI(D)}{\partial D} = \frac{\partial}{\partial D}\{\phi(D)+\int_{LOR}^{D}\phi(D-r)\cdot\phi(r)dr+\int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}\phi(D-r_1-r_2)\cdot\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1+\ldots\}$$

$$=\phi(D)+\int_{LOR}^{D}\phi(D-r)\cdot\phi(r)dr+\int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}\phi(D-r_1-r_2)\cdot\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1+\ldots$$

$$+\ \Phi(O)\cdot\phi(D)+\int_{LOR}^{D}\Phi(O)\cdot\phi(D-r_1)\cdot\phi(r_1)dr_1+\int_{LOR}^{O}\Phi(-r_2)\cdot\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(D)+\ldots$$

(2.110) $\frac{\partial PHI(D)}{\partial D} = KPHI(D)$

Analog folgt

(2.111) $\frac{\partial PSI(D)}{\partial D} = D\cdot KPHI(D)$

$$\frac{\partial PHI(S)}{\partial D} = \frac{\partial}{\partial D}\ \{\Phi(S) + \int_{LOR}^{D}\Phi(S-r)\cdot\phi(r)dr+\int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}\Phi(S-r_1-r_2)$$

[illegible] dr_2 [illegible] $dr_1 \ldots$

$= \Phi(S$ [illegible] $\int_{LOR}^{D}$ [illegible] $s)\cdot$ [illegible] $\ldots$

Dabei wurde für S - D verkürzend s geschrieben. Es ist also

(2.112) $\frac{\partial PHI(S)}{\partial D} = \Phi(s)\ \cdot\ KPHI(D)$ mit $s = S - D$

Analog ergibt sich

(2.113) $\frac{\partial PSI(S)}{\partial D} = \left[\Psi(s) + D\cdot\Phi(s)\right]\cdot\ KPHI(D)$ mit $s = S-D$

Wir berechnen die partiellen Differentialquotienten von C(S,D) aus (2.105)

$$\frac{\partial C(S,D)}{\partial S} = -\ v + \frac{h+v}{1+PHI(D)}\cdot\left[PHI(S) + S\cdot KPHI(S) - S\cdot KPHI(S)\right]$$

(2.114) $\frac{\partial C(S,D)}{\partial S} = \frac{PHI(S)}{1+PHI(D)}\cdot(h+v)-v$

$$\frac{\partial C(S,D)}{\partial D} = \frac{KPHI(D)}{1+PHI(D)}\cdot\{(h+v)\cdot\left[S\cdot\Phi(s)-(\Psi(s)+D\cdot\Phi(s))\right]+v\cdot D\}$$

$$-\ \frac{KPHI(D)}{\left[1+PHI(D)\right]^2}\cdot\{K+(h+v)\cdot\left[S\cdot PHI(S)-PSI(S)\right]+v\cdot PSI(D)\}$$

(2.115) $\frac{\partial C(S,D)}{\partial D} = \frac{KPHI(D)}{1+PHI(D)}\cdot\{(h+v)\cdot\left[s\cdot\Phi(s)-\Psi(s)\right]+vD\}$

$$-\ \frac{KPHI(D)}{\left[1+PHI(D)\right]^2}\cdot\{K+(h+v)\cdot\left[S\cdot PHI(S)-PSI(S)\right]+v\cdot PSI(D)\}$$

Wir setzen die Diffentialquotienten (2.114) und (2.115) gleich Null und erhalten die Optimalitätsbedingungen für S^* und D^* bzw. $s^* = S^* - D^*$

(2.116) $PHI(S^*) = $ [illegible]

(2.117) $KPHI(D^*)\cdot\{K+(h+v)\cdot[S^*\cdot PHI(S^*)-PSI(S^*)]+v\cdot PSI(D^*)$
$-[1+PHI(D^*)]\cdot\{(h+v)\cdot[s^*\Phi(s^*)-\Psi(s^*)]+v\cdot D^*\}\}=0$

Für Paare (S^*,D^*), die (2.116) erfüllen, kann (2.117) vereinfacht werden

(2.118) $KPHI(D^*)\cdot\{K-(h+v)\cdot PSI(S^*)+v\cdot PSI(D^*)$
$-[1+PHI(D^*)]\cdot\{(h+v)\cdot[s^*\cdot\Phi(s^*)-\Psi(s^*)]-v\cdot s^*\}\}=0$

Für solche $D^* \in$ Träger (KPHI), für die $KPHI(D^*) \neq 0$ ist gilt

(2.119) $K = [1+PHI(D^*)]\cdot\{(h+v)\cdot[s^*\cdot\Phi(s^*)-\Psi(s^*)]-v\cdot s^*\}+(h+v)$
$\cdot PSI(S^*)-v\cdot PSI(D^*)$

2.2.1.5 Hinreichende Optimalitätsbedingungen

Wir wollen untersuchen, wann ein aus (2.116) und (2.118) errechnetes Paar (S^*,D^*) zu einem lokalen Minimum von $C(S,D)$ gehört.
Dazu bilden wir den Ausdruck

(2.120) $\Delta(S,D) := \frac{\partial^2 C(S,D)}{\partial S^2} \cdot \frac{\partial^2 C(S,D)}{\partial D^2} - \left[\frac{\partial^2 C(S,D)}{\partial S \cdot \partial D}\right]^2$

Es ist bekannt, daß an der Stelle (S^*,D^*) ein lokales Minimum von $C(S,D)$ vorliegt, wenn

(2.121) $\frac{\partial^2 C(S^*,D^*)}{\partial D^2} > 0$

und

(2.122) $\Delta(S^*,D^*) > 0$

sind.
Wir berechnen die Differentialquotienten zweiter Ordnung.
Um diesen Weg gehen zu können, müssen wir die Existenz von ϕ', der Ableitung der Dichtefunktion ϕ, voraussetzen. Wenn ϕ' nicht existiert, müssen andere Kriterien als (2.121) und (2.122) zur Entscheidung herangezogen werden, ob an der Stelle (S^*,D^*) die Kostenfunktion $C(S,D)$ ein lokales Minimum annimmt.
Wir definieren gemäß (2.74)

(2.123) $KPHI'(y) := \Omega\phi'(y)$.

Es ist

(2.124) Träger (KPHI') c Träger (KPHI)

und

(2.125) $\frac{\partial KPHI(D)}{\partial D} = KPHI'(D)$

da $\phi(0) = 0$ ist.

Ferner ist

(2.126) $\frac{\partial KPHI(D)}{\partial S} = 0$

Zur Vereinfachung schreiben wir abkürzend

(2.127) $A(S,D) := [(S-D)\cdot\phi(S-D)-\Psi(S-D)]\cdot(h+v)+v\cdot D$

(2.128) $B(S,D) := K+(h+v)\cdot[S\cdot PHI(S)-PSI(S)]+v\cdot PSI(D)$

Dann kann (2.115) einfacher geschrieben werden

(2.129) $\frac{\partial C(S,D)}{\partial D} = \frac{KPHI(D)}{1+PHI(D)}\cdot\left[A(S,D) - \frac{B(S,D)}{1+PHI(D)}\right]$

Es ist dann mit s = S-D

(2.130) $\frac{\partial^2 C(S,D)}{\partial S^2} = (h+v)\cdot\frac{KPHI(S)}{1+PHI(D)}$

(2.131) $\frac{\partial^2 C(S,D)}{\partial S\cdot\partial D} = (h+v)\cdot\frac{KPHI(D)}{1+PHI(D)}\cdot\left[\phi(s)-\frac{PHI(S)}{1+PHI(D)}\right]$

(2.132) $\frac{\partial^2 C(S,D)}{\partial D^2} = \left\{\frac{KPHI'(D)}{1+PHI(D)} - 2\cdot\left[\frac{KPHI(D)}{1+PHI(D)}\right]^2\right\}\cdot\left[A(S,D)-\frac{B(S,D)}{1+PHI(D)}\right]$

$+ \frac{KPHI(D)}{1+PHI(D)}\cdot\left[v-(h+v)\cdot\phi(s)\right]$

An der Stelle (S*,D*) läßt sich unter Benutzung von (2.116) und (2.133) $KPHI(D^*)\cdot\left[A(S^*,D^*)-\frac{B(S^*,D^*)}{1+PHI(D^*)}\right] = 0$

(vgl. (2.117)) und

(2.134) $KPHI'(D^*)\cdot\left[A(S^*,D^*) - \frac{B(S^*,D^*)}{1+PHI(D^*)}\right] = 0$

(das folgt aus (2.133) und (2.124)) vereinfacht schreiben

(2.135) $\frac{\partial^2 C(S^*,D^*)}{\partial S\cdot\partial D} = (h+v)\cdot\frac{KPHI(D^*)}{1+PHI(D^*)}\cdot\left[\phi(s^*)-\frac{v}{h+v}\right]$

(2.136) $\frac{\partial^2 C(S^*,D^*)}{\partial D^2} = -\frac{\partial^2 C(S^*,D^*)}{\partial S\cdot\partial D}$

Die Bedingung (2.121) ist genau dann erfüllt, wenn

(2.137) $KPHI(D^*) > 0$

und

(2.138) $\phi(s^*) < \frac{v}{h+v}$

gilt. Der Vergleich mit (2.34) zeigt, daß (2.138) auch anders interpretiert werden kann:

$\phi(s^*) < \frac{v}{h+v} = \phi(S^*_{K=0})$

Wegen der Monotonie von ϕ ist dann

(2.139) $s^* < S^*_{K=0}$

Dabei haben wir mit $S^*_{K=0}$ das in (2.34) gefundene S^* im Modell ohne Fixkosten ($K = 0$) bezeichnet.

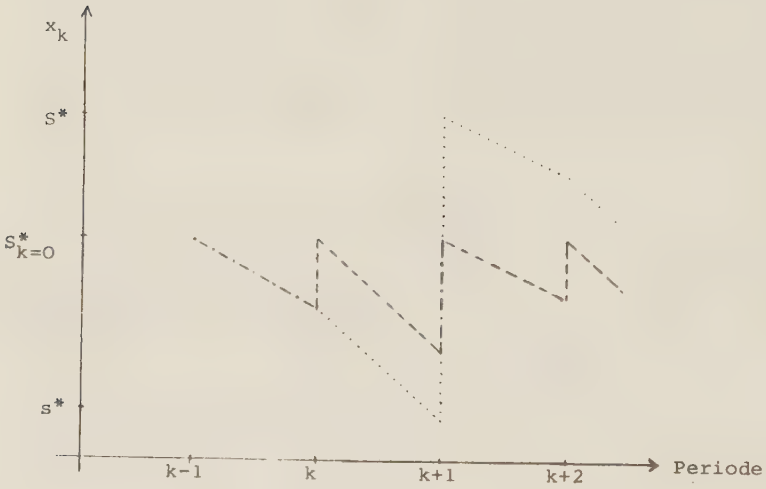


Abb. 2.13 Entwicklung des Lagerbestands x_k mit ..... und ohne ——— Fixkosten K

Im Fall $K > 0$ liegt der Interventionspunkt s^* niedriger, es wird also seltener bestellt (vgl. Abb. 2.13) als bei $K = 0$.

Wir untersuchen die Bedingung (2.122). Es ist

$$(2.140)\quad \Delta(S^*,D^*) = (h+v)^2 \frac{KPHI(D^*)}{[1+PHI(D^*)]^2} \cdot \left[\frac{v}{h+v} - \Phi(s^*)\right] \cdot \{KPHI(S^*) - KPHI(D^*) \cdot \left[\frac{v}{h+v} - \Phi(s^*)\right]\}$$

Damit ergibt sich unter Beachtung von (2.137) und (2.138) als hinreichende Bedingung für ein lokales Minimum von $C(S,D)$ an der Stelle (S^*,D^*)

$$(2.141)\quad KPHI(S^*) > KPHI(D^*) \cdot \left[\frac{v}{h+v} - \Phi(S^*)\right]$$

2.2.1.6 Zusammenfassung der Optimalitätsbedingungen

Wir wollen die gefundenen notwendigen und hinreichenden Bedingungen zusammentragen. Es ist $s^* = S^* - D^*$.

(2.116) $$\mathbf{PHI}(S^*) = \frac{v}{h+v} \cdot \left[1+PHI(D^*)\right]$$

(2.118) $$KPHI(D^*)\cdot\{K-(h+v)\cdot PSI(S^*)+v\cdot PSI(D^*)-\left[1+PHI(D^*)\right]\cdot \cdot\{(h+v)\cdot\left[s^*\cdot\Phi(s^*)-\Psi(s^*)\right]-v\cdot s^*\}\}= 0$$

(2.137) $$KPHI(D^*) > 0$$

(2.138) $$\Phi(s^*) < \frac{v}{h+v}$$

(2.141) $$KPHI(S^*) > KPHI(D^*) \cdot \left[\frac{v}{h+v} - \Phi(s^*)\right]$$

Wir interessieren uns nur für solche Paare (S^*, D^*), die alle diese Bedingungen erfüllen. Für sie darf statt (2.118) wegen (2.137) geschrieben werden

(2.142) $$K=(h+v)\cdot PSI(S^*)-v\cdot PSI(D^*)+\left[1+PHI(D^*)\right]\cdot \cdot\{(h+v)\cdot\left[s^*\cdot\Phi(s^*)-\Psi(s^*)\right]-v\cdot s^*\}$$

$C(S^*, D^*)$ kann in (2.105) vereinfacht werden. Zunächst ersetzen wir $PHI(S^*)$ gemäß (2.116)

$$C(S^*,D^*) = (p+v)\cdot\mu+ \frac{1}{1+PHI(D^*)} \cdot \{K-(h+v)PSI(S^*)+v\cdot PSI(D^*)\}$$

Wegen (2.142) ist dann

(2.143) $$C(S^*,D^*) = (p+v)\cdot\mu + (h+v)\cdot\left[s^*\cdot\Phi(s^*)-\Psi(s^*)\right]-v\cdot s^*$$

2.2.1.7 Der α-Servicegrad

Wir wollen die Wahrscheinlichkeit berechnen, mit der die Nachfrage einer Periode befriedigt werden kann (α-Servicegrad; vgl. KLEMM und MIKUT). Es ist

$$P_\alpha = \text{Prob}\{x+u-r \geq 0\}$$

$$P_\alpha = \text{Prob}\{S^*-r \geq 0,\ x \leq s^*\} + \text{Prob}\{x-r \geq 0,\ x > s^*\}$$

$$P_\alpha = \Phi(S^*) \cdot F(s^*) + \int_{s^*}^{\infty} \int_{LOR}^{x} \phi(r)dr\cdot f(x)dx$$

Wir setzen (2.88) und (2.92) ein.

$$P_\alpha = \frac{1}{1+PHI(D^*)} \cdot \left[\Phi(S^*)+\int_{S^*}^{\infty}\Phi(x)\cdot KPHI(S^*-x)\,dx\right]$$

Durch die Substitution r = S*-x erhalten wir

$$P_\alpha = \frac{1}{1+PHI(D^*)}\cdot\left[\Phi(S^*)+\int_{LOR}^{D^*}\Phi(S^*-r)\cdot KPHI(r)\,dr\right]$$

$$(2.144)\quad P\alpha = \frac{PHI(S^*)}{1+PHI(D^*)} = \frac{v}{h+v} \quad \text{nach (2.116)}$$

Der α-Servicegrad ist also im Modell mit Fixkosten der gleiche wie im Modell ohne Fixkosten (vgl. (2.36)).

2.2.1.8 Vernachlässigbare Fixkosten

Bedingt durch die komplizierten Faltungsintegrale in PHI (2.85) und PSI (2.99) ist es bei gegebenen K, h und v im allgemeinen sehr schwierig, S*und D*aus (2.116) und (2.118) zu bestimmen. ROBERTS, KLEMM und MIKUT und andere versuchen deshalb, approximative Lösungen zu finden.
Ein zweiter Weg, nämlich das Optimum der nichtlinearen Funktion C(S,D) in (2.105) mit Methoden der Nichtlinearen Optimierung zu finden, scheitert ebenfalls an der komplizierten Struktur von PHI und PSI. Bei jedem Iterationsschritt eines solchen Verfahrens müßten an der Ausgangsstelle (S,D) die Funktionswerte PHI(D), PHI(S), PSI(D) und PSI(S) berechnet werden. Zusätzliche Komplikationen treten dabei dadurch auf, daß sich mit jedem neuen D Träger (KPHI) ändert. Damit variiert die Anzahl der Faltungsintegrale in PHI und PSI bei LOR > 0. Für LOR = 0 treten mehr als endlich viele Faltungen auf. Wir wollen einen anderen Weg beschreiten.

Zunächst befassen wir uns mit (2.116). PHI(S*) ist eine Funktion von S *und D* , dagegen ist PHI(D*) nur eine Funktion von D* . Für vorgegebenes D* ist Träger (KPHI) konstant. Daher ist es dann nicht schwer, S* zu bestimmen.
Die Gleichung (2.142) ist aber zu kompliziert, um daraus eine einfache Bestimmung von D* allein zu ermöglichen. Dagegen ist für gegebene S* und D* aus (2.142) K einfach auszurechnen. Wir werden uns daher der Frage zuwenden, welche S* und K zu einem unter Beachtung von (2.137) gewählten D* gehören, so daß die notwendigen Bedingungen (2.116) und (2.142) und die hinreichenden

Bedingungen (2.138) und (2.141) erfüllt sind.
Die Beantwortung dieser Frage führt für vorgegebene Parameter h und v und vorgegebene Dichtefunktion ϕ zu einer Liste von Tripeln (S*,D*,K),für die C(S,D) lokale Minima annimmt. Für vorgegebene Fixkosten K -das ist der für die Praxis interessante Fall - können dieser Liste Schätzwerte für S*und D*entnommen werden, die dann die gesuchte (s*,S*)-Politik bestimmen. Im Rahmen dieser Untersuchung über Dynamische Sicherheitsäquivalente interessieren in dieser Liste vor allem diejenigen Ergebnistripel, für die die optimalen Kosten C(S*,D*) (2.143) nicht wesentlich von den Kosten C* + K (2.35) mit S* = $S^*_{K=0}$ abweichen.
Das bedeutet, daß wir uns vom Kostenoptimum nicht erheblich entfernen, wenn wir statt der optimalen, aber nur unter großem Aufwand berechenbaren (s*,S*)-Politik die suboptimale S*-Politik mit S* aus (2.34) befolgen. Diese Ergebnisse weisen daraufhin, Fixkosten welcher Höhe bei Vorgabe der Parameter h und v, der Dichtefunktion ϕ und einer tolerierten Abweichung vom Kostenoptimum vernachlässigt werden dürfen.

2.2.1.9 Die Wahl geeigneter D

Im folgenden wollen wir D statt D* , S statt S* und s statt s* schreiben.
Welche D können unter Beachtung von (2.137) vorgegeben werden?
Für solche Dichten ϕ , für die

(2.145) $\phi(r) > 0$ für alle $r \in (LOR,UPR)$

gilt, darf

$$D \in (LOR,UPR) \vee \bigcup_{k=0}^{\infty} ((k+2)\cdot LOR,(k+2)\cdot UPR)$$

sein, denn dann ist KPHI(D) > 0. Für $D \leq$ LOR(Mindestnachfrage) existieren also keine lokalen Minima der Kostenfunktion C(S,D). $D \leq LOR$ ist äquivalent mit $s \geq S - LOR$. Nach der Entscheidung, das Lager auf S aufzufüllen, trifft mindestens die Nachfrage LOR ein. Der Lageranfangsbestand der Folgeperiode ist damit niedriger als der Interventionspunkt s. In diesem Fall ist also in jeder Periode mit Sicherheit eine Bestellung notwendig. Jedes kleinere D und damit jeder höhere Interventionspunkt s einschließlich des Randfalls s = S = $S^*_{K=0}$ und

D = O führt zu der gleichen Entscheidung. Es wird dann so entschieden, als sei die S-Politik optimal, denn s spielt keine Rolle mehr (vgl. Abb. 2.14).

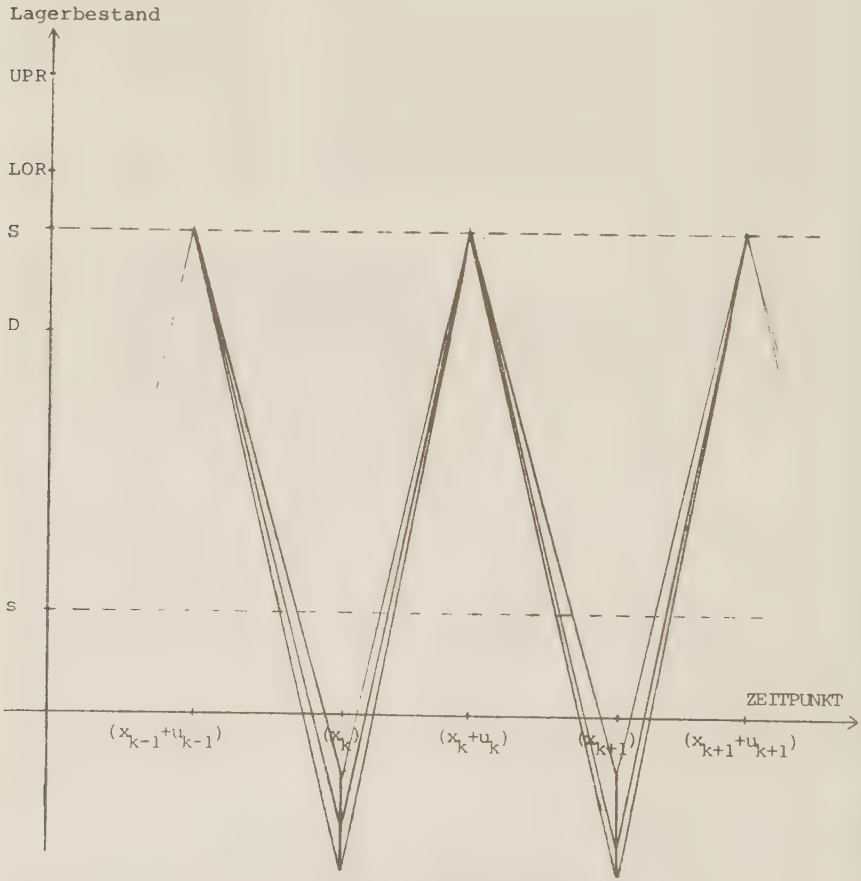


Abb. 2.14 Entwicklung des Lagerbestands bei D ≦ LOR

Bei UPR < 2 · LOR und D ε (UPR,2·LOR) betrachten wir wieder die Periode k-1, in der das Lager auf den Bestand S aufgefüllt wird. Wenn die Nachfrage r_{k-1} ε (LOR,UPR) ausgeliefert ist, bleibt der Bestand x_k ε (S-UPR,S-LOR). D ε (UPR,2·LOR) bedingt, daß der Interventionspunkt s < S-UPR ist. Damit ist die optimale Entscheidung mit Sicherheit u_k = 0, weil x_k > s ist. Also ist $x_k + u_k$ ε (S-UPR,S-LOR). Nach Auslieferung der Nachfrage r_k ε (LOR,UPR) bleibt der Bestand x_{k+1} ε (S-2·UPR,S-2·LOR). Wegen D ε (UPR,2·LOR) ist s > S-2·LOR. Die optimale Entscheidung ist $u_{k+1} = S - x_{k+1}$, weil x_{k+1} < S-2·LOR < s ist. Damit wird in diesem Fall mit Sicherheit in jeder zweiten Periode eine Entscheidung zur Auffüllung des Lagers notwendig (vgl. Abb. 2.15).

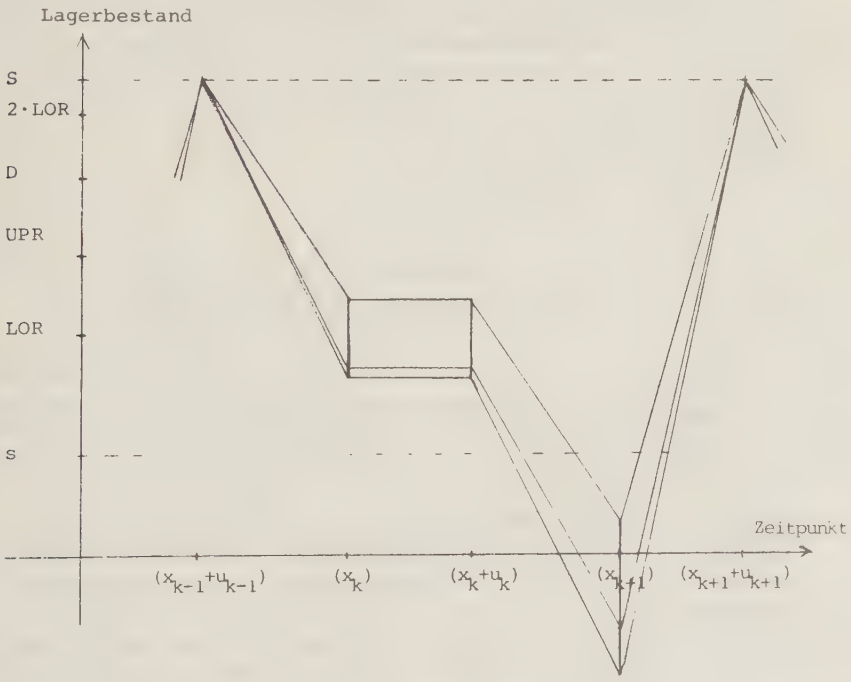


Abb. 2.15 Entwicklung des Lagerbestands bei UPR < D < 2·LOR

Allgemein führt eine (s,S)-Politik mit D ε (k·UPR,(k+1)·LOR) für k = 0,1,2,... dazu, immer genau k Perioden lang nichts zu tun und in der (k+1)-ten Periode das Lager auf den Bestand S aufzufüllen.
In all diesen Spezialfällen D ε (k·UPR,(k+1)·LOR) für k = 0,1,2,... wird also eine S-Politik betrieben, bei der die Entscheidungsperiode (k+1)-mal so lang ist wie die ursprünglich vorgegebene. s ist daher bedeutungslos.

2.2.1.10 Einflüsse der Variation der Kostenparameter p, v und h auf die Lösung

2.2.1.10.1 Die Änderung von p

Die Änderung des Proportionalitätsfaktors p der Bestellkosten ist nicht entscheidungsrelevant, d.h. die (s,S)-Politik ändert sich dadurch nicht, da

$$\frac{dS}{dp} = \frac{ds}{dp} = 0$$

Ebenso ist

$$\frac{dK}{dp} = 0$$

Lediglich C(S,D) ist von p abhängig. Aus (2.143) folgt

$$\frac{dC(S,D)}{dp} = \mu$$

Die Durchschnittskosten C(S,D) sind also in p monoton.

2.2.1.10.2 Die Änderung von v

Eine Änderung der Fehlmengenkosten bei sonst gleicher Parameterkonstellation hat erheblich größere Auswirkungen als die Änderung von p. Wir wollen dabei von fest vorgegebenem D ausgehen.
Wir differenzieren in (2.116) nach v. Dabei benutzen wir (2.108).

$$KPHI(S) \cdot \frac{dS}{dv} = \frac{h}{(h+v)^2} \cdot \left[1+PHI(D)\right]$$

Wegen (2.41), (2.137) und (2.138) ist

$$KPHI(S) > 0$$

Daher ist

$$\frac{dS}{dv} = \frac{h}{(h+v)^2} \cdot \frac{1+PHI(D)}{KPHI(S)}$$

Dieser Ausdruck ist für $h > 0$ immer positiv. Wachsende Fehlmengenkosten bewirken also bei festem D eine Erhöhung des Lagerbestandes, da s und S um die gleiche Menge vergrößert werden. Es ist

$$\frac{ds}{dv} = \frac{d(S-D)}{dv} = \frac{dS}{dv}$$

Wir wollen den Einfluß auf K untersuchen.

$$\frac{dK}{dv} = \frac{\partial K}{\partial v} + \frac{\partial K}{\partial S} \cdot \frac{dS}{dv} + \frac{\partial K}{\partial s} \cdot \frac{ds}{dv} = \frac{\partial K}{\partial v} + \left(\frac{\partial K}{\partial S} + \frac{\partial K}{\partial s}\right) \cdot \frac{dS}{dv}$$

$$\frac{dK}{dv} = PSI(S)-PSI(D)+\left[1+PHI(D)\right]\cdot\left[s\cdot\Phi(s)-\Psi(s)-s\right]$$

$$+\left\{(h+v)\cdot S\cdot KPHI(S)+\left[1+PHI(D)\right]\cdot\left[(h+v)\cdot\Phi(s)-v\right]\right\}\cdot\frac{h}{(h+v)^2}\cdot\frac{1+PHI(D)}{KPHI(S)}$$

Dabei ist (2.109) benutzt worden. Durch Umformung erhalten wir

$$\frac{dK}{dv} = PSI(S)-PSI(D)+\left[1+PHI(D)\right]\cdot\left[s\cdot\Phi(s)-\Psi(s)-s+\frac{h}{h+v}\cdot S\right]$$

$$-\frac{h}{h+v}\cdot\frac{\left[1+PHI(D)\right]^2}{KPHI(S)}\cdot\left[\frac{v}{h+v}-\Phi(s)\right]$$

Das Vorzeichen dieses Ausdruckes ist ungewiß. Es kann wechseln. Die Ableitung von C(S,D) nach v ergibt aus (2.143)

$$\frac{dC(S,D)}{dv} = \mu+s\cdot\Phi(s)-\Psi(s)-s+\left[(h+v)\cdot\Phi(s)-v\right]\cdot\frac{h}{(h+v)^2}\cdot\frac{1+PHI(D)}{KPHI(S)}$$

$$\frac{dC(S,D)}{dv} = \mu-s+s\cdot\Phi(s)-\Psi(s)-\frac{h}{h+v}\cdot\frac{1+PHI(D)}{KPHI(S)}\cdot\left[\frac{v}{h+v}-\Phi(s)\right]$$

Die Ausdrücke

$$\mu-s,\ s\cdot\Phi(s)-\Psi(s),\ \frac{h}{h+v}\cdot\frac{1+PHI(D)}{KPHI(S)}\cdot\left[\frac{h}{h+v}-\Phi(s)\right]$$

sind alle positiv oder gleich Null. Über das Vorzeichen von $\frac{dC(S,D)}{dv}$ läßt sich aber keine Aussage machen.

2.2.1.10.3 Die Änderung von h

Bisher sind keine Festlegungen der Maßeinheit für die Kostenparameter erfolgt. Solange sich der Lagerkostensatz h nicht ändert-von diesem Regelfall gehen die Berechnungen in Abschnitt 2.2.2 aus - kann eine Normierung in der Weise vorgenommen werden, daß h = 1 ist. Das bedeutet, daß v,p und K in Vielfachen des ermittelten Lagerkostensatzes anzugeben sind.
Wegen der Besonderheit der Fixkosten K kann diese einmal gewählte Normierung aber nicht mehr geändert werden. Im Modell ohne Fixkosten bleiben die Ergebnisse von einer Änderung von h unbeeinflußt, wie wir an anderer Stelle (Abschnitt 2.1.2) gesehen haben. Hier liegen die Verhältnisse komplizierter.
Wir gehen wieder von festem D aus und untersuchen den Einfluß einer Änderung von h auf S und s. Durch Differentiation in (2.116) erhalten wir

$$KPHI(S) \cdot \frac{dS}{dh} = - \frac{v}{(h+v)^2} \cdot \left[1+PHI(D)\right]$$

Analog zu den Überlegungen in Abschnitt 2.2.1.10.2 ist also

$$\frac{dS}{dh} = \frac{ds}{dh} = - \frac{v}{(h+v)^2} \cdot \frac{1+PHI(D)}{KPHI(S)}$$

Dieser Ausdruck ist für v > 0 stets negativ. Wachsende Lagerhaltungskosten bewirken bei festem D eine Verringerung des Lagerbestandes, da s und S um die gleiche Menge verringert werden. v wird dabei als konstant angesehen.
Welche Auswirkungen hat die Veränderung von h auf K?
Wir differenzieren in (2.142) und erhalten

$$\frac{dK}{dh} = PSI(S) + \left[1+PHI(D)\right] \cdot \left[s \cdot \phi(s) - \psi(s)\right]$$
$$+ \left\{(h+v) \cdot S \cdot KPHI(S) + \left[1+PHI(D)\right] \cdot \left[(h+v) \cdot \phi(s) - v\right]\right\}$$
$$\cdot \left\{- \frac{v}{(h+v)^2} \cdot \frac{1+PHI(D)}{KPHI(S)}\right\}$$

$$\frac{dK}{dh} = PSI(S) - \frac{v}{h+v} \cdot S \cdot \left[1+PHI(D)\right] + \left[1+PHI(D)\right] \cdot \left[s \cdot \phi(s) - \psi(s)\right]$$
$$+ \frac{v}{h+v} \cdot \frac{\left[1+PHI(D)\right]^2}{KPHI(S)} \cdot \left[\frac{v}{h+v} - \phi(s)\right]$$

Wir setzen PHI(S) aus (2.116) ein und erhalten

$$\frac{dK}{dh} = \{PSI(S)-S\cdot PHI(S)\}+\{[1+PHI(D)]\cdot[s\cdot\phi(s)-\Psi(s)]\}$$
$$+\{\frac{v}{h+v}\cdot\frac{[1+PHI(D)]^2}{KPHI(S)}\cdot\left[\frac{v}{h+v}-\phi(s)\right]\}$$

Aus (2.104) folgt, daß der Ausdruck in der ersten Klammer negativ wird. Der Ausdruck in der zweiten Klammer

$$s\cdot\phi(s)-\Psi(s) = \int_{LOR}^{s}(s-r)\cdot\phi(r)dr$$

ist für alle s größer oder gleich Null.
Schließlich ist auch der letzte Klammerausdruck positiv wegen (2.137), (2.138) und (2.141).
Eine Aussage über das Vorzeichen von $\frac{dK}{dh}$ ist daher nicht möglich, solange nicht genauer untersucht wird, welcher der Summanden im Einzelfall überwiegt.
Wir wollen durch Differentiation nach h in (2.143) den Einfluß auf C(S,D) analysieren.

$$\frac{dC(S,D)}{dh} = s\cdot\phi(s)-\Psi(s)+\frac{v}{h+v}\cdot\frac{1+PHI(D)}{KPHI(S)}\cdot\left[\frac{v}{h+v}-\phi(s)\right]$$

Nach den bisherigen Ergebnissen ist

$$\frac{dC(S,D)}{dh} > 0$$

Bei sonst gleicher Parameterkonstellation führt daher die Erhöhung des Lagerkostensatzes h zu einer Erhöhung der Durchschnittskosten.

2.2.2 Numerische Vergleichsrechnungen mit verschiedenen Nachfrageverteilungen

2.2.2.1 Der Algorithmus

Bei der numerischen Rechnung halten wir uns an folgendes Schema, wobei die Eigenschaften von Träger (ϕ) zur Verkürzung der Integrationswege ausgenutzt werden:

(2.146) Wähle D, so daß KPHI(D) > 0 ist (2.137)

(2.147) Bestimme S aus (2.116)
$$PHI(S) = \frac{v}{h+v}\cdot[1+PHI(D)]$$

(2.148) Es ist s = S-D

(2.149) Prüfe, ob (2.141)

$$KPHI(S) > KPHI(D)\cdot\left[\frac{v}{h+v} - \phi(s)\right]$$

Wenn nein, fahre mit (2.146) fort, sonst

(2.150) Berechne K aus (2.142)

$$K = (h+v)\cdot PSI(S) - v\cdot PSI(D) + \left[1+PHI(D)\right]\cdot\{(h+v)\cdot\left[s\cdot\phi(s) - \Psi(s)\right] - v\cdot s\}$$

(2.151) Berechne C(S,D) aus (2.143)

$$C(S,D) = (p+v)\cdot\mu + (h+v)\cdot\left[s\cdot\phi(s) - \psi(s)\right] - v\cdot s$$

Bei der Diskussion von Träger (I_k) (2.84) haben wir festgestellt, daß für LOR > 0 die Anzahl der Summanden von KPHI in (2.76) endlich ist. Wir werden daher nur solche Verteilungen auswählen, für die LOR > 0 ist. Die größten Schwierigkeiten treten in Schritt (2.147) bei der Bestimmung von S auf. Wir wollen die Bestimmungsgleichung (2.116) ausführlicher schreiben.

$$(2.152)\quad \Phi(S) + \int_{LOR}^{D} \phi(S-r)\cdot\phi(r)dr + \int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1} \phi(S-r_1-r_2)\cdot\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1 + \ldots$$

$$= \frac{v}{h+v}\cdot\left[1+\Phi(D) + \int_{LOR}^{D} \Phi(D-r)\cdot\phi(r)dr + \int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1} \phi(D-r_1-r_2)\cdot\phi(r_2)dr_2\right.$$

$$\left.\cdot\phi(r_1)dr_1 + \ldots\right]$$

Wir sehen, daß diese Gleichung am einfachsten wäre, wenn $D \leq LOR$ gewählt werden dürfte, denn dann hätten alle Integrale den Wert Null. Schritt (2.146) erlaubt aber nur solche D, für die KPHI(D) > 0 ist, während für $D \leq LOR$ KPHI(D) = 0 ist.

Der nächst einfache Fall ist der mit $D \in (LOR, 2\cdot LOR]$. Um KPHI(D) > 0 sicherzustellen, ist zusätzlich D < UPR zu verlangen. In diesem Fall ist $D-r_1 < LOR$ für $r_1 > LOR$, also verschwindet der dritte Summand der linken Seite. Die folgenden Summanden fallen ebenfalls weg.

Für $D \in (LOR, 2\cdot LOR] \cap (LOR, UPR)$ bleibt also

$$(2.153)\quad \Phi(S) + \int_{LOR}^{D} \phi(S-r)\cdot\phi(r)dr = \frac{v}{h+v}\cdot\left[1+\Phi(D)\right]$$

Auch auf der rechten Seite fallen alle Summanden der eckigen Klammer vom dritten an weg. Die Länge der Erneuerungsperiode $1 + \Phi(D)$ liegt hier zwischen 1 und 2.

Aus der Gleichung (2.153) kann mit einem Nullstellenverfahren (etwa der REGULA FALSI) S bestimmt werden.
Die übrigen Schritte des Algorithmus sind ebenfalls relativ einfach.
(2.141) reduziert sich zu

$$(2.154)\quad \phi(S)+\int_{LOR}^{D}\phi(S-r)\cdot\phi(r)dr \triangleright \phi(D)\cdot\left[\frac{v}{h+v}-\phi(s)\right]$$

und (2.142) zu

$$(2.155)\quad K=(h+v)\cdot\left\{\Psi(S)+\int_{LOR}^{D}\left[\Psi(S-r)+r\cdot\phi(S-r)\right]\cdot\phi(r)dr\right\}-v\cdot\Psi(D)$$
$$+\left[1+\phi(D)\right]\cdot\left\{(h+v)\cdot\left[s\cdot\phi(s)-\Psi(s)\right]-v\cdot s\right\}$$

Wenn wir größere D betrachten wollen, müssen wir das nächste Integral hinzunehmen. Wir werden sehen, daß sich dadurch die Rechnung schon wesentlich komplizierter gestaltet.
Wir wollen also D gemäß Schritt (2.146) so wählen, daß der vierte und alle folgenden Summanden in (2.152) verschwinden.
Der vierte Summand der linken Seite hat die Form

$$\int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}\int_{LOR}^{D-r_1-r_2}\phi(S-r_1-r_2-r_3)\cdot\phi(r_3)dr_3\cdot\phi(r_2)dr_2\cdot\phi(r_1)dr_1$$

Er verschwindet unabhängig von S, das wir nicht kennen, wenn
$D-r_1-r_2 \leq LOR$ ist für $r_1 \geq LOR$ und $r_2 \geq LOR$

Für $D \leq 3\cdot LOR$ tritt dieser Fall ein. Wir betrachten jetzt also
$D \in (2\cdot LOR, 3\cdot LOR] \cap \{(LOR,UPR) \cup (2\cdot LOR, 2\cdot UPR)\}$
Für diese D ist KPHI(D) > 0 (vgl. Abschnitt 2.2.1.9).
Dann ist S zu bestimmen aus

$$(2.156)\quad \phi(S)+\int_{LOR}^{D}\phi(S-r)\cdot\phi(r)dr-\int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}\phi(S-r_1-r_2)\cdot\phi(r_2)dr_2$$
$$\cdot\phi(r_1)dr_1$$
$$=\frac{v}{h+v}\cdot\left[1+\phi(D)+\int_{LOR}^{D}\phi(D-r)\cdot\phi(r)dr\right]$$

Wegen

$$\phi(t) \leq 1 \qquad \text{für alle } t$$

ist

$$\int_{LOR}^{D}\phi(D-r)\cdot\phi(r)dr \leq \int_{LOR}^{D}\phi(r)dr = \Phi(D) \leq 1$$

Die Länge der Erneuerungsperiode

$$1 + \Phi(D) + \int_{LOR}^{D} \Phi(D-r) \cdot \phi(r)dr$$

ist hier also größer als 1, aber nicht größer als 3.
Das Kriterium (2.141) hat hier die Gestalt

$$(2.157)\quad \phi(S)+\int_{LOR}^{D} \phi(S-r)\cdot\phi(r)dr+\int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}\phi(S-r_1-r_2)\cdot\phi(r_2)dr_2 \cdot\phi(r_1)dr_1 > \left[\phi(D)+\int_{LOR}^{D}\phi(D-r)\cdot\phi(r)dr\right]\cdot\left[\frac{v}{h+v}-\phi(s)\right]$$

statt aus (2.155) muß K aus

$$(2.158)\quad K=(h+v)\cdot\Big\{\Psi(S)+\int_{LOR}^{D}\left[\Psi(S-r)+r\cdot\phi(S-r)\right]\cdot\phi(r)dr + \int_{LOR}^{D}\int_{LOR}^{D-r_1}\left[\Psi(S-r_1-r_2)+(r_1+r_2)\cdot\phi(S-r_1-r_2)\right]\cdot\phi(r_2)dr_2 \cdot\phi(r_1)dr_1\Big\}+\left[1+\phi(D)+\int_{LOR}^{D}\phi(D-r)\cdot\phi(r)dr\right] \cdot\{(h+v)\cdot\left[s\cdot\phi(s)-\Psi(s)\right]-v\cdot s\}$$

berechnet werden. Zur Bewältigung dieses gegenüber $D \leq 2\cdot LOR$ erheblich größeren Rechenaufwandes sind spezielle Programmiertechniken notwendig (vgl. im Anhang die beiden Programme in ALGOL 60 für $LOR < D \leq 2\cdot LOR$ und $2\cdot LOR < D \leq 3\cdot LOR$).

Für $D > 3\cdot LOR$ überschreiten die Schwierigkeiten insbesondere bei der Bestimmung von S in Schritt (2.147) die Grenze dessen, was numerisch bewältigt werden kann.

2.2.2.2 Auswahl der Nachfrageverteilungen

Wie wir schon gesehen haben, sind nur Nachfrageverteilungen mit LOR > 0 zuzulassen, damit die Zahl der Summanden in XPHI (2.75) endlich bleibt.

Wegen der Schwierigkeiten, die mit der Lösung in Schritt (2.147) verbunden sind, müssen die Berechnungen auf wenige Parameterkonstellationen beschränkt werden. Aus der Menge der in Abschnitt 2.1.2 untersuchten Dichten werden nur sechs Paare

(a,b) ausgewählt

a	2	2	2	5	10	10
b	2	5	10	2	2	10

Es ist also wieder der Mittelwert der Nachfrage $\mu = 1000$, und die Standardabweichung σ nimmt die Werte 83, 124.5 und 166 an.

2.2.2.3 Ergebnisse der Modellrechnungen

Für h = 1 durchläuft v die Werte 1,2,3,4,5,10 und 50. Die Ergebnisse für $D \leq 3 \cdot LOR$ und $LOR > 0$ sind in Tabelle 3 im Anhang zusammengestellt. Es zeigt sich, daß nicht für alle D ein Tripel (D,S,K) existiert, für das C(S,D) ein lokales Optimum annimmt. In anderen Fällen ist dieses Tripel ökonomisch sinnlos, wenn nämlich $K < 0$ ist. Wenn die relative Abweichung der optimalen (s,S)-Politik von der suboptimalen S-Politik ("Abweichung S") negativ ist, ist das lokale Optimum an der Stelle (D,S,K) schlechter als das suboptimale C bei Befolgung der S-Politik.
Wir wollen einzelne Ergebnisse genauer ansehen.
Für $v = h = 1$ und Fixkosten $K \leq 1000 = h \cdot \mu$ ergibt sich eine relative Abweichung vom Kostenoptimum von höchstens 5%. Das bedeutet, daß bei einer tolerierten Abweichung von 5% alle Fixkosten, die kleiner sind als die Kosten für die Lagerung der mittleren Nachfragemenge während einer Periode, vernachlässigt werden dürfen. Diese Aussage wie die folgenden gilt nur im Bereich der untersuchten Parameterkonstellationen. Wenn die Fehlmengenkosten v größer werden, steigen auch die vernachlässigbaren Fixkosten K an.
Betrachten wir die Ergebnisse für a = 2, b=10, $\sigma = 124.5$, h = 1, v = 10. Es ist LOR = 799.25 und UPR = 2003.75. Also ist $UPR > 2 \cdot LOR$. Damit ist Träger (KPHI) zusammenhängend. Die optimale S-Politik hat den Parameter $S^* = 1182.37$ und führt bei vorgegebenen Fixkosten K zu den Durchschnittskosten $C^* = 1267.19 + K$ (vgl. CS in der Tabelle). Ersetzen wir diese Betaverteilung durch die Normalverteilung $N(\mu,\sigma^2)$ (Mittelwert μ, Varianz σ^2), sind SN = 1166.23 statt S^* und

CN = 1268.58 statt CS = 1267.19 die Parameter der entsprechenden S-Politik. Die relative Kostenabweichung dieser beiden S-Politiken - bezogen auf CS - beträgt 0.11 %.
Wir variieren D im Intervall (LOR, 3·LOR) = (799.25,2397.75] und berechnen nach dem Rezept (2.146) bis (2.151) S,s,K und C = C(S,D). Für D = 811.29 ergibt dies S = 1187.57, s = 376.27, K = 5970.13 und C = 7237.25. Die Durchschnittskosten der optimalen S-Politik mit S = S* sind hier C* = 7237.32. Die Abweichung zwischen C und C* liegt unterhalb der Rechengenauigkeit. S und S* weichen ebenfalls nur unwesentlich voneinander ab.
Für D = 907.65 ergeben sich negative Fixkosten K. Dieses Ergebnis ist ökonomisch unbrauchbar. Außerdem ist hier das Kriterium (2.122) nicht erfüllt (in der Tabelle steht: "2.Ableitung < 0").
Für D = 1004.02 und D = 1100.38 resultieren ebenfalls negative Fixkosten K.

Für D = 1196.74 erhalten wir S = 2111.47, s = 914.74, K = 467.75 und C = 1992.73. Es ist dann C* = 1734.94. Also ist die (S,S)-Politik ungünstiger als die S* - Politik. Wir wollen einen Teil der Ergebnisse hier zusammenstellen:

D	s	S	K	C	C*
811.29	376.27	1187.57	5970.13	7237.25	7237.32
1389.46	762.52	2151.97	3194.33	3374.83	4461.52
1485.82	670.17	2155.99	5037.90	4298.28	6305.09
1582.18	574.72	2156.89	6946.37	5252.83	8213.56
2385.70	715.72	3101.43	4733.92	3842.77	6001.11
2397.75	705.60	3103.35	5035.13	3944.02	6302.32

Für D = 1485.82 und D = 2397.75 ergeben sich etwa die gleichen Fixkosten K = 5037.90 bzw. K = 5035.13. Im zweiten dieser Fälle ist C mit 3944.02 niedriger als im ersten mit 4298.28. Also liegt bei D = 1485.82 mit Sicherheit kein globales Optimum, wenn die Fixkosten in dieser Größenordnung vorgegeben sind. Ähnlich läßt sich für D = 811.29 argumentieren. Für einen interpolierten Wert zwischen D = 1485.82 und

D = 1582.18 (S ist in diesem Bereich bei etwa 2156 stabil) kommt K = 5970.13 nocheinmal vor. Die Durchschnittskosten für die so zu findende (s,S)-Politik liegen unterhalb von 5252.83, sind also wesentlich niedriger als für D = 811.29. Um zu entscheiden, ob bei D = 1293.10 (K = 1561.33) oder D = 1389.46 globale Optima vorliegen, müßten weitere Berechnungen für D ε (1998.12, 2385.70) und möglicherweise auch für D > 3·LOR durchgeführt werden.
Für D = 1293.10 ergibt sich mit 10.82 % die geringste Abweichung von den Durchschnittskosten der S*-Politik. Wenn die Toleranzgrenze unter 10 % liegt, ist bei dieser Parameterkonstellation und Fixkosten K > 1500 die Berechnung der (s,S)-Politik notwendig (vgl. auch Abb. 2.16). Bei den anderen untersuchten Parameterkombinationen läßt sich ähnlich argumentieren. In Abschnitt 2.1.2 fielen die Verteilungen mit a > b aus dem Rahmen. Die in der Tabelle 3 für a > b zusammengestellten Ergebnisse sind auf den ersten Blick sehr erfreulich, denn (etwa für a = 10, b = 2) C wächst monoton mit D und die Abweichung S kommt nicht wesentlich über 1 % hinaus. Dabei hält sich S jeweils nahe bei S* stabil. Die Anzeichen sprechen aber dagegen, daß an der Stelle der gefundenen Tripel (s,S,K) ein globales Optimum von C(S,D) vorliegt. Um dies einzusehen, betrachten wir die Parameterkombination a = 5, b = 2, σ = 124.5, h = 1, v = 50. Dort finden wir für D ∿ 3·LOR die Parameter s ∿ 949, S ∿ 2278, K ∿ 6650. Damit liegt C mit ungefähr 5140 mehr als 50 % unter den Kosten der S*-Politik, die etwa 7850 betragen.
In diesen Fällen (a>b) ist bei Vorgabe von μ und σ LOR relativ klein. Dadurch sind auch die Intervalle (LOR,2·LOR) und (2·LOR,3·LOR) klein, für die die Ergebnisse der Tabelle 3 errechnet wurden. Für a=10, b=2, μ=1000 und σ = 83 ist 3·LOR UPR, d.h. die Tabellenwerte für D reichen nicht bis an UPR heran. Gerade in diesem Fall aber konzentriert sich die meiste Wahrscheinlichkeitsmasse in der Nähe von UPR.
Wie in den Tabellen 1 und 2 läßt sich auch hier die Interpretationsbasis "Fehlmengenkostensatz v" durch "α-Servicegrad" ersetzen. Wegen (2.144 entsprechen sich die gleichen Werte für v und P_α wie in Abschnitt 2.1.2.3 .

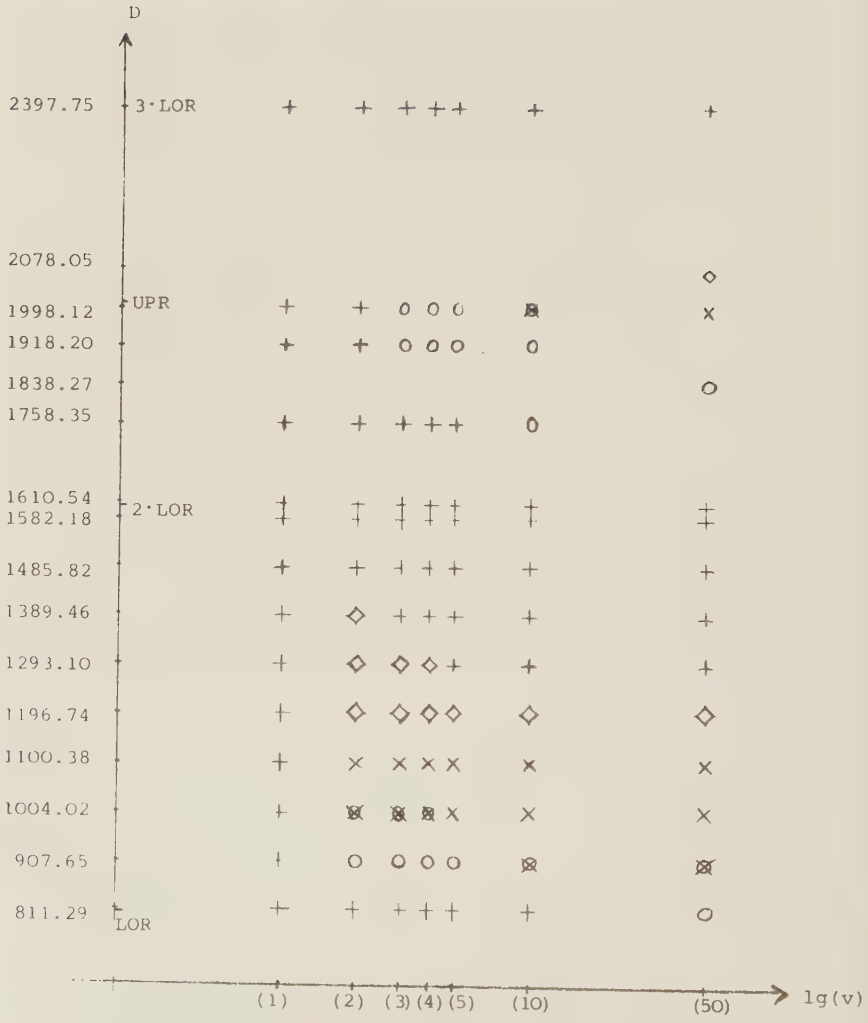


Abb. 2.16 Schematische Einordnung der Ergebnisse für
a = 2, b = 10, σ = 124.5

+ brauchbar, o 2. Ableitung < o, ✕ K < o, ◇ (s,S)-Politik
schlechter als S-Politik

2.3 Zusammenfassung

Im Modell o h n e Fixkosten (Abschnitt 2.1) haben wir gesehen, daß

- die Erwartungswerte in gewisser Weise als Dynamische Sicherheitsäquivalente interpretierbar sind und
- in den meisten Fällen auf eine genaue Kenntnis der Verteilungsfunktion verzichtet werden kann.

Am Modell m i t Fixkosten (Abschnitt 2.2) ist die Frage untersucht worden, welche Fixkosten als entscheidungs- i r r e l e v a n t angesehen werden dürfen, d.h. bei welcher Größenordnung der Fixkosten die optimale Steuerung des Lagerbestandes in gleicher Weise erfolgen kann, als ob keine Fixkosten zu beachten seien. In diesen Fällen lassen sich die Ergebnisse des Abschnitts 2.1 übertragen; insbesondere sind also die Erwartungswerte Dynamische Sicherheitsäquivalente.

Die numerischen Rechnungen (Abschnitt 2.2.2) ergeben, daß bei Lagerkosten h = 1 Fixkosten bis zur Höhe h · μ (in den Rechnungen ist μ = 1000), also den Lagerhaltungskosten für die erwartete Nachfrage in einer Periode, für die Lagerhaltungspolitik irrelevant sind. Dieses Ergebnis scheint zunächst nur sehr beschränkte Aussagekraft zu besitzen. Wie aber schon in Abschnitt 2.2.1.10.3 ausgeführt wurde, können in einem vorgegebenen Problem alle Kostenparameter in der Weise normiert werden, daß h = 1 ist, wenn nicht der pathologische Fall h = 0 vorliegt.

Dürfen diese Ergebnisse auch auf Probleme übertragen werden, bei denen die mittlere Nachfrage vom gewählten Wert abweicht? Für μ = 2000 ist anzunehmen, daß eine Aggregation von jeweils zwei "realen" Produkten zu einem"modelltheoretischen" keine strukturelle Abweichung bei der optimalen Politik oder den Durchschnittskosten bewirkt. Es besteht kein Grund für die Vermutung, daß die Werte μ = 1000 und μ = 2000 singuläre Punkte sind, d.h. daß für diese Punkte strukturell andere Ergebnisse gefunden werden als für eine größere Umgebung, die diese Werte einschließt. Daraus kann geschlossen werden, daß

die Aussage "Fixkosten bis zur Größenordnung h ·μ dürfen vernachlässigt werden" in einer größeren Umgebung das für die Rechnung gewählten Werts μ = 1000 gilt.

Bei einem Lagerhaltungsproblem ist die Relation der Parameter K und h und die absolute Größe von μ erst durch die Wahl der Länge der Entscheidungsperiode festgelegt. Je länger die Entscheidungsperiode gewählt wird, desto häufiger wird die Ermittlung einer echten (s,S)-Politik überflüssig sein, denn dann steigt μ und K sinkt relativ zu h.

Bei strukturell stark abweichenden Nachfrageverteilungen sind neue Berechnungen zu empfehlen. Dabei kann der Rechenaufwand, der zur Erzielung der Ergebnisse in Tabelle 3 (Anhang) notwendig war, reduziert werden. Wenn die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Nachfrage nur an diskreten Punkten definiert ist, lassen sich die Faltungsintegrale und damit der Operator Ω in (2.74) zu Summen vereinfachen. Es fällt dann leichter, mit dem Algorithmus in Abschnitt 2.2.2.1 ausführliche Tabellen (auch für größere D) zu erstellen. Dann wird noch deutlicher, welche lokalen Kostenoptima auch global sind und wo bei vorgegebener Toleranz der Abweichung vom Optimum der Durchschnittskosten die Grenze verläuft, an der der Übergang von der einfachen S-Politik zur schwierigeren (s,S)-Politik notwendig wird.

Literaturverzeichnis

ARROW, K.J., HARRIS, T., MARSCHAK, J.: Optimal Inventory Policy. Econometrica 19(1951), S. 250-272

BEALE, E.M.L.: On Quadratic Programming. Naval Research Logistics Quarterly 6(1959), S. 227-243

BEALE, E.M.L.: Numerical Methods. Nonlinear Programming (Ed.: Abadie, J.). Amsterdam, 1967

BERGSTROM, G.L., SMITH, B.E.: Multi-Item Production Planning - An Extension of the HMMS Rules, Management Science 16(1970), S.B 614-B 629

BOOT, J.C.G.: Quadratic Programming. Amsterdam, 1964

BRAITSCH, R.J.: A Computer Comparison of Four Quadratic Programming Algorithms. Management Science 18(1972), S. 632-643

BÜHLER, G.: Erweiterung der THEIL'schen Theorie Dynamischer Sicherheitsäquivalente auf nichtlineare-nichtquadratische Entscheidungsprozesse. Zwischenbericht zum DFG-Projekt SCHN 159/1. Berlin, 1973

COLLATZ, L., WETTERLING, W.: Optimierungsaufgaben. Berlin, 1966

DREYFUS, S.: Variational Problems with Inequality Constraints. Journal of Mathematical Analysis and Applications 4(1962), S. 297-308

FINKBEINER, B., KALL, P.: Direct Algorithms in Quadratic Programming. Zeitschrift für Operations Research 17(1973), S. 45-54

FRANK, M., WOLFE, P.: An Algorithm for Quadratic Programming. Naval Research Logistics Quarterly 3(1956), S. 95-110

FUJISAWA, T., YASUDA, Y: Optimization of Linear Control Systems with Amplitude Constraint and Quadratic Performance Index. Journal of Mathematical Analysis and Applications 19(1967), S. 386-400

GILLIS, P.P.: Un problème particulier de contrôle optimal à temps fixe. Cahiers du Centre d'Etudes de Recherche Opérationnelle 15(1973), S. 1-15

HADLEY, G., WHITIN, T.M.: Analysis of Inventory Systems. Englewood Cliffs, 1963

HAUSMAN, W.H., McCLAIN, J.O.: A Note on the BERGSTROM-SMITH Multi-Item Production Planning Model. Management Science 17(1971), S. 783-785

HOCHSTÄDTER, D.: Stochastische Lagerhaltunsmodelle. Lecture Notes in Operations Research and Mathematical Economics 10. Berlin, 1969

HOLT, C.C., MODIGLIANI, F., MUTH, J.F., SIMON, H.A.: Planning Production, Inventories and Work Force. Englewood Cliffs, 1960

HÜTTEMANN, H.: Zum Problem der optimalen Bestellpolitik bei verderblicher Ware. Zeitschrift für Betriebswirtschaft 42(1972), S. 53-66

IGLEHART, D.L.: Optimality of (s,S) Policies in the Infinite Horizon Dynamic Inventory Problem. Management Science 9 (1963), S. 259-267

IGLEHART, D.L.: Dynamic Programming and Stationary Analysis of Inventory Problems. Multistage Inventory Models and Techniques (Ed.: Scarf, H.E., Gilford, D.M., Shelly, M.W.). Stanford, 1963

JÄGER, K.: Dynamische Sicherheitsäquivalente in linearen Systemen mit quadratischem Kriterium und linearer Beschränkung des Entscheidungsraumes. Proceedings in Operations Research 3(1973), S. 319-328

JOHNSON, C.D., WONHAM, W.M.: On a Problem of LETOV in Optimal Control. Journal of Basic Engineering 87(1965), S. 81-89

KALL, P.: Der gegenwärtige Stand der stochastischen Programmierung. Unternehmensforschung 12(1968), S. 81-95

KARLIN, S.: Optimal Inventory Policy for the ARROW-HARRIS-MARSCHAK Dynamic Model. Studies in the Mathematical Theory of Inventory and Production (Ed.: Arrow, K.J., Karlin, S., Scarf, H.). Stanford, 1958

KARLIN, S.: Steady State Solutions. Studies in the Mathematical Theory of Inventory and Production (Ed.: Arrow, K.J., Karlin, S., Scarf, H.). Stanford, 1958

KARLIN, S., FABENS, A.J.: Generalized Renewal Functions and Stationary Inventory Models. Journal of Mathematical Analysis and Applications 5(1962), S. 461-487

KLEINDORFER, G.B., KLEINDORFER, P.R.: Quadratic Performance Criteria with Linear Terms in Discrete-Time Control. IEEE Transactions on Automatic Control 12(1967), S. 320+321

KLEMM, H., MIKUT, M.: Lagerhaltungsmodelle. Berlin, 1972

KOIVO, A.J., HENDRICKS, C.L.: On Optimization of Sales, Production and Inventory using a Stochastic Model. International Journal of Systems Science 4(1973), S. 407-416

KOUNIAS, E.: Optimal Bounded Control with Linear Stochastic Equations and Quadratic Cost. Journal of Mathematical Analysis and Applications 16(1966), S. 510-537

KRAJEWSKI, L.J., MABERT, V.A., THOMPSON, H.E.: Quadratic Inventory Cost Approximations and the Aggregation of Individual Products. Management Science 19(1973), S. 1229-1240

KÜNZI, H.P., KRELLE, W.: Nichtlineare Programmierung. Berlin, 1962

KUSHNER, H.J., SCHWEPPE, F.C.: A Maximum Principle for Stochastic Control Systems. Journal of Mathematical Analysis and Applications 8(1964), S. 287-302

LOEVE, M.: Probability Theory, Princeton, 1955

MALINVAUD, E.: First Order Certainty Equivalence. Econometrica 37(1969), S. 706-718

MIDLER, J.L.: Optimal Control of a Discrete Time Stochastic System Linear in State. Journal of Mathematical Analysis and Applications 25(1969), S. 114-120

NADDOR, E.: Inventory Systems. New York, 1966

NOUR ELDIN, H.A.: Optimierung linearer Regelsysteme mit quadratischer Zielfunktion. Lecture Notes in Operations Research and Mathematical Systems 47. Berlin, 1971

PATCHELL, J.W., JACOBS, O.L.R.: Separability, Neutrality and Certainty Equivalence. International Journal of Control 13(1971), S. 337-342

POGORZELSKI, W.: Integral Equations and Their Applications. Vol. 1. Oxford, 1966

ROBERTS, D.M.: Approximations to Optimal Policies in a Dynamic Inventory Model. Studies in Applied Probability and Management Science (Ed.: Arrow, K.J., KARLIN, S., SCARF, H.), Stanford, 1962

ROSENBLATT, M.: Markov Processes. Structure and Asymptotic Behaviour. Berlin, 1971

ROSS, S.M.: Applied Probability Models with Optimization Applications. San Francisco, 1970

SACHAN, R.S.: Stochastic Programming Problems under Risk and Uncertainty. Cahiers du Centre d'Etudes de Recherche Opérationnelle 12 (1970)

SAKAWA, Y.: On a Solution of an Optimization Problem in Linear Systems with Quadratic Performance Index. Journal SIAM Control 4(1966), S. 382-395

SCARF, H.: The Optimality of (s,S) Policies in the Dynamic Inventory Problem. Mathematical Methods in the Social Sciences. Stanford, 1960

SCHNEEWEISS, C.: Regelungstechnische stochastische Optimierungsverfahren. Lecture Notes in Operations Research and Mathematical Systems 49. Berlin, 1970

SCHNEEWEISS, C.A.: Optimal Production Smoothing and Safety Inventory. Management Science 20(1974), S. 1122-1130

SCHNEEWEISS, C.: Zur Informationsadäquanz von Lagerhaltungsmodellen. Proceedings in Operations Research 4 (1974), S. 229 - 241

SCHNEEWEISS, C.: Dynamic Certainty Equivalents in Production Smoothing Theory. International Journal of Systems Science 6(1975), S. 353-365

SIMON, H.A.: Dynamic Programming under Uncertainty with a Quadratic Criterion Function. Econometrica 24(1956), S. 74-81

SORENSON, H.W.: Controllability and Observability of Linear, Stochastic, Time-Discrete Control Systems. Advances in Control Systems 6(1968), S. 95-158

THEIL, H.: A Note on Certainty Equivalence in Dynamic Planning. Econometrica 25(1957), S. 346-349

THEIL, H.: Optimal Decision Rules for Government and Industry. Amsterdam, 1964

THEIL, H.: Economic Forecasts and Policy. Amsterdam, 1970

TIJMS, H.C.:	Analysis of (s,S) Inventory Models. Mathematical Centre Tracts 40. Amsterdam, 1972
VAN DE PANNE, C.:	Methods for Linear and Quadratic Programming. Amsterdam, 1975
VAN DE PANNE, C., WHINSTON, A.:	Simplicial Methods for Quadratic Programming. Naval Research Logistics Quarterly 11(1964), S. 273-302
VAN DE PANNE, C., WHINSTON, A.:	The Simplex and the Dual Method for Quadratic Programming. Operational Research Quarterly 15(1964), S. 355-388
VAN DE PANNE, C., WHINSTON, A.:	The Symmetric Formulation of the Simplex Method for Quadratic Programming. Econometrica 37 (1969), S. 507-527
VEINOTT, A.F., WAGNER, H.M.:	Computing Optimal (s,S) Inventory Policies. Management Science 11 (1965), S. 525-552
WEINBERG, F.:	Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik sowie Anwendungen im Operations Research. Berlin, 1968
WERNER, M.:	Einparametrisch-quadratische Optimierung. Proceedings in Operations Research 3(1973), S. 97-104
WHITE, D.J.:	Dynamic Programming. Edinburgh, 1969
WITSENHAUSEN, H.S.:	Separation of Estimation and Control for Discrete Time Series. Proceedings of the IEEE 59(1971), S. 1557-1566
WOLFE, P.:	The Simplex Method for Quadratic Programming. Econometrica 27(1959), S. 382-398
WONHAM, W.M., JOHNSON, C.D.:	Optimal Bang-Bang Control with Quadratic Performance Index. Journal of Basic Engineering 86 (1964), S. 107-115

TABELLE 1. MODELL OHNE FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.1), P = 1.00

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	814.4	1185.6	0.00	0.02	0.05	0.06	0.07	0.14	0.61
124.5	721.6	1278.4	0.03	0.03	0.07	0.09	0.10	0.16	0.85
166.0	628.8	1371.2	0.00	0.04	0.08	0.11	0.13	0.17	1.06

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 3
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	834.1	1249.9	0.01	0.00	0.01	0.02	0.04	0.09	0.03
124.5	751.0	1373.5	0.02	0.00	0.01	0.03	0.05	0.13	0.04
166.0	668.0	1498.0	0.03	0.00	0.01	0.04	0.07	0.16	0.04

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 4
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	844.7	1310.6	0.03	0.01	0.00	0.01	0.02	0.10	0.34
124.5	767.1	1465.8	0.05	0.01	0.00	0.01	0.03	0.14	0.47
166.0	689.4	1621.1	0.06	0.01	0.00	0.01	0.03	0.18	0.58

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 5
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	851.5	1371.2	0.05	0.02	0.00	0.00	0.01	0.10	0.67
124.5	777.3	1556.8	0.07	0.03	0.00	0.00	0.01	0.14	0.92
166.0	703.1	1742.4	0.10	0.04	0.00	0.00	0.02	0.18	1.13

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 10
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	866.2	1669.2	0.10	0.07	0.03	0.01	0.00	0.08	1.49
124.5	799.2	2003.8	0.14	0.10	0.05	0.01	0.00	0.11	2.02
166.0	732.3	2338.3	0.19	0.13	0.06	0.02	0.00	0.14	2.47

TABELLE 1. MODELL OHNE FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.1), P = 1.00

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 3
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOW	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.3	751.7	1166.3	0.01	0.05	0.06	0.06	0.04	0.00	1.86
124.5	678.5	1249.5	0.02	0.07	0.09	0.08	0.06	0.00	2.63
166.7	612.5	1382.3	0.03	0.09	0.11	0.10	0.08	0.00	3.37

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 3
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 3
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOW	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
87.5	736.4	1219.6	0.00	0.01	0.02	0.03	0.03	0.02	0.23
124.5	671.6	1329.4	0.00	0.01	0.03	0.04	0.05	0.03	0.28
166.7	609.9	1439.2	0.00	0.02	0.04	0.05	0.06	0.04	0.35

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 3
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 4
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOW	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.3	786.7	1271.1	0.00	0.00	0.01	0.01	0.02	0.04	0.30
124.5	718.6	1436.6	0.01	0.01	0.01	0.02	0.03	0.06	0.50
166.7	653.4	1542.2	0.01	0.01	0.01	0.03	0.04	0.08	0.69

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 3
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 5
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOW	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.3	787.1	1214.9	0.01	0.01	0.00	0.01	0.01	0.03	0.11
124.5	719.7	1442.3	0.02	0.01	0.01	0.01	0.02	0.04	0.16
166.7	654.3	1642.9	0.02	0.01	0.00	0.01	0.03	0.10	0.19

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 3
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 10
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOW	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.3	814.1	1187.9	0.05	0.03	0.01	0.00	0.01	0.06	0.77
124.5	744.9	1855.5	0.07	0.04	0.01	0.00	0.00	0.08	1.05
166.7	679.8	2184.3	0.09	0.05	0.02	0.00	0.00	0.11	1.29

TABELLE 1. MODELL OHNE FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.1), P = 1.00

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 4
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LCR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	689.4	1155.3	0.03	0.07	0.07	0.05	0.02	0.04	2.64
124.5	534.2	1232.9	0.05	0.10	0.09	0.06	0.03	0.06	3.73
166.0	378.9	1310.6	0.06	0.13	0.12	0.08	0.04	0.07	4.70

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 4
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 3
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LCR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	728.9	1203.3	0.00	0.02	0.03	0.03	0.02	0.00	0.67
124.5	583.4	1305.0	0.01	0.03	0.04	0.04	0.04	0.00	0.94
166.0	437.8	1406.6	0.01	0.04	0.05	0.05	0.04	0.00	1.18

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 4
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 4
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LCR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	751.0	1249.0	-0.00	0.01	0.01	0.02	0.02	0.01	0.10
124.5	626.5	1373.5	-0.00	0.01	0.02	0.02	0.03	0.02	0.13
166.0	502.0	1498.0	-0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.02	0.17

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 4
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 5
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LCR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	765.2	1293.4	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.02	-0.00
124.5	647.9	1440.2	0.00	0.00	0.01	0.01	0.02	0.03	-0.00
166.0	530.5	1586.9	0.00	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	-0.00

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 4
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 10
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LCR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	736.7	1508.3	0.02	0.01	0.00	-0.00	0.00	0.04	0.39
124.5	695.6	1762.4	0.03	0.02	0.00	-0.00	0.00	0.06	0.54
166.0	593.4	2016.5	0.04	0.02	0.00	-0.00	0.00	0.08	0.66

TABELLE 1. MODELL OHNE FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.1), P = 1.00

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 5
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOW	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
[illegible]	828.	1148.5	0.05	[illegible]	[illegible]	0.04	0.01	0.10	3.14
124.[illegible]	[illegible]	1222.7	.07	0.12	.09	0.05	0.02	0.15	4.45
[illegible]	[illegible]	1295.8	.10	0.15	.12	0.07	.02	0.19	5.01

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 5
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 3
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOW	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.[illegible]	87[illegible]	11[illegible]	[illegible] 1	[illegible]	.[illegible]	0.03	.02	[illegible]	1.13
[illegible]	[illegible]	1289.3	0.[illegible]	[illegible]	.5	[illegible]	.03	.1	1.59
[illegible]	[illegible]	1355.7	0.02	[illegible]	[illegible]	[illegible]	.23	0.[illegible]1	1.[illegible]

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 5
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 4
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOW	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
[illegible]	[illegible]	1234.8	[illegible]	0.[illegible]1	[illegible]	[illegible]	0.32	0.00	0.31
124.[illegible]	[illegible]	1312.1	0.05	0.[illegible]2	.[illegible]2	[illegible]	0.02	[illegible]	0.44
1[illegible]	[illegible]13.[illegible]	1403.5	[illegible]	[illegible] 2	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 5
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 5
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOW	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.	[illegible]	1275.3	-[illegible]	[illegible]	.[illegible]1	[illegible]1	.[illegible]1	[illegible]1	[illegible]6
[illegible]	[illegible]	1412.9	-[illegible]	[illegible]1	.[illegible]1	[illegible]	.02	[illegible]1	[illegible]
1[illegible]	[illegible]	[illegible]	-[illegible]	[illegible]1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.[illegible]2	[illegible]

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 5
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 1[illegible]
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOW	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
[illegible]	[illegible]	1459.[illegible]	[illegible]1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	.00	.[illegible]	0.19
[illegible]	[illegible]	17[illegible]	[illegible]2	[illegible]1	.[illegible]	[illegible]	.[illegible]	.4	0.25
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]2	.1	[illegible]3	[illegible]	.01	[illegible]5	[illegible]

TABELLE 1. MODELL OHNE FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.1), P = 1.00

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 10
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	330.8	1133.8	0.10	0.10	0.05	0.01	0.00	0.40	4.26

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 10
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 3
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	433.6	1170.1	0.05	0.06	0.04	0.02	0.00	0.11	2.46
124.5	149.5	1255.1	0.07	0.08	0.05	0.02	0.00	0.15	3.47

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 10
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 4
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	491.7	1203.3	0.02	0.03	0.03	0.01	0.00	0.03	1.37
124.5	237.6	1305.0	0.03	0.05	0.04	0.02	0.01	0.05	1.66

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 10
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 5
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	530.5	1234.8	0.01	0.02	0.02	0.01	0.01	0.01	0.71
124.5	295.7	1352.1	0.02	0.03	0.02	0.02	0.01	0.01	0.99
166.0	61.0	1469.5	0.02	0.04	0.03	0.02	0.01	0.02	1.24

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 10
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 10
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	619.6	1380.4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
124.5	429.5	1570.5	-0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.02
166.0	239.3	1760.7	-0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.00	0.02

TABELLE 1. MODELL OHNE FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.1), P = 1.00

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOW	UPP	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.18	0.23	.25	0.14	2. 2

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 3
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOW	UPP	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
[illegible]	[illegible]	29 0.0	0.16	0. 0	0.33	0.09	0.15	0.33	0.08

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
[illegible] B = 4
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOW	UPP	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
[illegible]	[illegible]	3.0000	0.16	0.32	0.30	0.28	0.28	0.38	1.12

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 5
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOW	UPP	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
[illegible]	[illegible]	3.0000	0.25	0.29	0.31	0.01	0.34	0.38	2.19

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 10
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOW	UPP	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.19	[illegible]	[illegible]	[illegible]	4.79

TABELLE 1. MODELL OHNE FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.1), P = 1.30

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 3
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
333.3	0.0	1666.7	0.05	0.16	0.19	0.17	0.13	0.00	5.38

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 3
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 3
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
378.0	0.0	2000.0	0.00	0.03	0.07	0.10	0.11	0.07	0.59

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 3
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 4
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
408.2	0.0	2333.3	0.02	0.00	0.02	0.05	0.08	0.14	0.01

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 3
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 5
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
430.3	0.0	2666.7	0.05	0.01	0.00	0.02	0.05	0.18	0.34

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 3
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 10
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
488.0	0.0	4333.3	0.21	0.12	0.04	0.00	0.00	0.21	2.33

TABELLE 1. MODELL OHNE FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.1), P = 1.00

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 4
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
267.3	.00	1500.0	0.09	0.19	0.18	0.12	0.06	0.10	0.66

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 4
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 3
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
196.2	.00	1750.0	0.01	0.07	0.09	0.09	0.07	0.08	1.80

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 4
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 4
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
133.3	.00	2000.0	-0.00	0.02	0.04	0.05	0.06	0.04	0.26

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 4
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 5
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
89.6	.00	2250.0	0.01	0.00	0.01	0.03	0.04	0.07	-0.10

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 4
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 10
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
63.2	.00	2500.0	0.00	0.04	0.01	-0.01	0.01	0.14	1.13

TABELLE 1. MODELL OHNE FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.1), P = 1.00

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 5
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
223.6	0.0	1400.0	0.12	0.19	0.15	0.08	0.03	0.24	7.04

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 5
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 3
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
258.2	0.0	1600.0	0.04	0.09	0.09	0.07	0.04	0.01	2.73

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 5
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 4
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
282.8	0.0	1800.0	0.01	0.03	0.05	0.05	0.04	0.00	0.78

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 5
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 5
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
301.5	0.0	2000.0	-0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.02	0.14

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 5
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 10
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
353.6	0.0	3000.0	0.04	0.02	0.00	0.00	0.01	0.09	0.52

TABELLE 1. MODELL OHNE FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.1), P = 1.00

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 10
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LCR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
124.0	[illegible]	1200.0	0.14	0.15	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	6.03

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 10
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 3
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LCR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
140.4	[illegible]	1300.0	0.18	0.19	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3.95

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 10
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 4
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LCR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
153.3	[illegible]	1400.0	0.21	0.22	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.30

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 10
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 5
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LCR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
159.8	[illegible]	1500.0	0.23	0.24	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1.32

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 10
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 10
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LCR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
156.2	[illegible]	2000.0	-0.00	0.00	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.02

TABELLE 2. MODELL OHNE FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.1), P = 0.02

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	814.4	1185.6	0.00	0.20	0.40	0.52	0.55	0.28	3.82
124.5	721.6	1278.4	0.00	0.21	0.43	0.54	0.58	0.29	3.96
166.0	628.8	1371.2	0.00	0.21	0.44	0.56	0.59	0.30	4.04

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 3
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	834.0	1249.0	0.17	0.06	0.07	0.13	0.20	0.00	0.14
124.5	751.0	1373.0	0.18	0.00	0.07	0.13	0.30	0.03	0.15
166.0	668.0	1498.0	0.19	0.00	0.07	0.13	0.31	0.04	0.15

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 4
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	844.7	1310.0	0.41	0.17	0.00	0.05	0.14	0.06	1.78
124.5	767.1	1405.8	0.44	0.17	0.00	0.05	0.16	0.08	1.83
166.0	689.4	1621.1	0.46	0.17	0.00	0.05	0.15	0.10	1.86

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 5
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	851.5	1371.2	0.62	0.18	0.02	0.01	0.07	0.04	3.33
124.5	777.3	1556.8	0.67	0.19	0.02	0.01	0.07	0.06	3.42
166.0	703.1	1742.4	0.70	0.20	0.02	0.01	0.07	0.07	3.47

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 10
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	851.2	1569.2	1.24	0.68	0.27	0.07	0.00	0.47	6.77
124.5	739.2	2003.8	1.35	0.72	0.29	0.07	0.00	0.48	6.84
166.0	732.3	2338.3	1.41	0.75	0.29	0.08	0.00	0.49	7.02

TABELLE 2. MODELL OHNE FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.1), P = 0.02

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 3
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOP	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	751.0	1166.0	0.17	0.50	0.56	0.43	0.35	[illegible]	12.63
124.5	[illegible]	1249.0	0.18	0.53	0.59	0.51	0.37	[illegible]	13.15
166.0	[illegible]	1332.0	0.19	0.55	0.61	0.52	0.38	[illegible]	13.42

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 3
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 3
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOP	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	[illegible]	1219.6	0.00	0.09	0.19	0.24	0.25	0.15	1.20
124.5	[illegible]	1329.4	[illegible]	0.10	0.20	0.25	0.27	0.16	1.24
166.0	[illegible]	1439.2	0.00	0.10	0.21	0.25	0.28	0.16	1.27

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 3
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 4
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOP	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	746.7	1271.1	[illegible]	[illegible]	0.05	0.11	0.17	0.29	0.01
124.5	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.06	0.12	0.18	[illegible]	0.01
166.0	593.4	1542.2	0.06	[illegible]	0.06	0.12	0.18	0.31	0.01

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 3
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 5
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOP	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	[illegible]	[illegible]	0.16	0.01	0.01	0.05	0.11	0.35	0.60
124.5	[illegible]	1482.2	0.17	0.01	0.01	0.05	0.11	0.37	0.62
166.0	614.3	1642.3	0.18	0.01	0.01	0.05	0.11	0.37	0.63

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 3
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 10
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOP	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	829.0	1567.0	[illegible]	0.27	0.08	0.01	0.01	0.37	[illegible]
124.5	744.0	1850.5	0.62	0.28	0.08	0.01	0.01	0.38	3.79
166.0	659.8	2134.0	0.65	[illegible]	0.09	0.01	0.01	[illegible]	3.85

TABELLE 2. MODELL OHNE FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.1), P = 0.02

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 4
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	689.4	1155.3	0.41	0.70	0.61	0.40	0.20	0.32	18.69
124.5	534.2	1232.3	0.44	0.75	0.64	0.42	0.21	0.33	19.50
166.0	378.9	1310.6	0.46	0.77	0.66	0.43	0.21	0.34	19.93

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 4
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 3
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	728.9	1203.3	0.06	0.22	0.26	0.25	0.20	0.00	4.23
124.5	633.4	1305.0	0.06	0.23	0.28	0.26	0.21	0.01	4.38
166.0	457.8	1406.6	0.06	0.24	0.29	0.27	0.21	0.01	4.47

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 4
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 4
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	751.0	1249.0	-0.00	0.05	0.11	0.14	0.15	0.09	0.56
124.5	626.5	1373.5	-0.00	0.06	0.12	0.15	0.16	0.09	0.58
166.0	502.0	1498.0	-0.00	0.06	0.12	0.15	0.16	0.10	0.59

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 4
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 5
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	765.2	1293.4	0.03	0.00	0.04	0.08	0.11	0.17	-0.00
124.5	647.9	1440.2	0.03	0.00	0.04	0.08	0.11	0.17	-0.00
166.0	530.5	1586.9	0.03	0.01	0.04	0.08	0.12	0.18	-0.00

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 4
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 10
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	796.7	1568.3	0.29	0.11	0.02	-0.00	0.02	0.27	1.97
124.5	695.0	1762.4	0.32	0.12	0.02	-0.00	0.02	0.28	2.03
166.0	593.4	2016.5	0.33	0.12	0.02	-0.00	0.02	0.29	2.05

TABELLE 2, MODELL OHNE FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.1), P = 0.32

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 5
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOW	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
33.3	626.8	1148.5	0.62	0.84	0.91	0.92	0.10	0.84	22.84
124.5	442.2	1222.7	0.67	0.89	0.95	0.94	0.11	0.88	23.97
166.6	207.6	1236.9	0.70	0.92	0.97	0.95	0.11	0.90	24.52

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 5
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 3
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOW	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.3	678.9	1192.8	0.16	0.32	0.31	0.23	0.14	0.03	7.35
124.5	617.8	1289.3	0.17	0.34	0.32	0.24	0.15	0.03	7.63
166.6	507.1	1385.7	0.18	0.35	0.33	0.25	0.15	0.04	7.79

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 5
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 4
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOW	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.3	765.8	1234.8	0.03	0.12	0.15	0.16	0.13	0.01	1.89
124.5	699.8	1352.1	0.03	0.13	0.16	0.16	0.13	0.01	1.95
166.6	613.1	1469.5	0.03	0.13	0.17	0.16	0.14	0.01	1.99

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 5
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 5
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOW	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.3	724.7	1275.3	-0.00	0.03	0.07	0.09	0.10	0.06	0.32
124.5	687.1	1412.9	-0.00	0.04	0.08	0.10	0.10	0.06	0.33
166.6	644.4	1555.6	-0.00	0.04	0.08	0.10	0.11	0.07	0.33

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 5
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 10
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOW	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.3	760.2	1469.5	0.15	0.24	0.30	0.31	0.32	0.19	0.99
124.5	747.9	1754.3	0.16	0.25	0.30	0.31	0.32	0.20	1.01
166.6	731.3	1989.1	0.17	0.25	0.30	0.31	0.32	0.20	1.03

TABELLE 2. MODELL OHNE FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.1), P = 0.02

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 10
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	336.8	1133.8	1.24	1.12	0.54	0.12	0.00	3.42	33.35

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 10
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 3
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	433.0	1170.1	0.58	0.59	0.35	0.13	0.02	0.84	17.21
124.5	149.5	1255.1	0.62	0.62	.37	0.14	0.02	0.88	17.94

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 10
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 4
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	481.7	1183.3	0.29	0.34	0.23	0.12	0.04	0.25	8.68
124.5	237.6	1305.0	0.32	0.36	0.24	0.12	0.04	0.26	9.02

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 10
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 5
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	536.5	1234.8	0.15	0.20	0.15	0.09	0.04	0.08	4.43
124.5	281.7	1352.1	0.16	0.22	0.16	0.10	0.04	0.08	4.60
166.0	61.0	1469.5	0.17	0.22	.17	0.10	0.04	0.08	4.69

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 10
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 10
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
83.0	619.6	1380.4	0.06	0.11	0.02	0.02	0.03	0.02	0.06
124.5	429.6	1570.5	-0.00	0.01	0.02	0.03	0.03	0.02	0.06
166.0	239.3	1760.7	-0.00	0.01	0.02	0.03	0.03	0.02	0.06

TABELLE 2. MODELL OHNE FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.1), P = 0.02

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.10	0.23	0.46	0.53	0.62	0.81	4.19

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 3
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.20	0.10	0.08	0.20	0.32	0.67	3.15

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 4
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.50	0.38	0.20	0.06	0.16	0.72	1.31

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 5
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.77	0.22	0.02	0.01	0.07	0.70	3.58

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 10
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
[illegible]	[illegible]	[illegible]	1.56	0.80	0.31	0.08	0.00	0.51	7.27

TABELLE 2. MODELL OHNE FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.1), P = 0.02

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 3
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LCR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
333.3	0.0	1666.7	0.20	0.58	0.64	0.54	0.39	0.11	13.86

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 3
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 3
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LCR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
378.0	0.0	2000.0	0.00	0.11	0.22	0.27	0.29	0.17	1.37

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 3
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 4
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LCR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
408.2	0.0	2333.3	0.07	0.00	0.06	0.13	0.19	0.32	0.01

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 3
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 5
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LCR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
436.3	0.0	2666.7	0.19	0.01	0.01	0.06	0.12	0.39	0.54

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 3
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 10
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LCR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
468.8	0.0	4333.3	0.71	0.31	0.09	0.01	0.01	0.41	3.95

TABELLE 2. MODELL OHNE FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.1), P = 0.02

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 4
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LCR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
257.3	0.0	1500.0	0.48	0.81	0.63	0.45	0.22	0.35	20.44

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 4
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 3
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LCR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
366.2	0.0	1750.0	0.07	0.25	0.30	0.23	0.22	[illegible]	4.59

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 4
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 4
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LCR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
333.3	0.0	2000.0	[illegible]	0.06	0.13	0.15	0.17	[illegible]	0.69

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 4
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 5
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LCR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
353.6	0.0	2250.0	0.03	0.01	0.04	0.09	0.12	0.18	[illegible]

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 4
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 10
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LCR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.11

TABELLE 2. MODELL OHNE FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.1), P = 0.02

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 5
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
223.6	0.0	1400.0	0.72	0.35	0.68	0.36	0.11	0.92	24.96

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 5
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 3
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
258.2	0.0	1600.0	0.19	0.36	0.34	0.26	0.16	0.04	7.95

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 5
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 4
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
282.8	0.0	1800.0	0.03	0.13	0.17	0.17	0.14	0.11	2.04

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 5
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 5
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
301.5	0.0	2000.0	-0.00	0.04	0.08	0.10	0.11	0.07	0.34

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 5
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 10
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LOR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
353.6	0.0	3000.0	0.18	0.05	0.00	0.00	0.03	0.21	1.05

TABELLE 2. MODELL OHNE FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.1), P = 0.02

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 10
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LCR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
124.0	0.0	1200.0	1.35	1.19	0.57	0.19	0.00	3.61	34.99

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 10
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 3
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LCR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
148.4	0.0	1300.0	0.64	0.65	0.38	0.15	0.02	0.89	18.17

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 10
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 4
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LCR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
163.3	0.0	1400.0	0.33	0.38	0.25	0.12	0.04	0.27	9.19

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 10
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 5
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LCR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
176.8	0.0	1500.0	0.17	0.23	0.17	0.10	0.04	0.08	4.70

1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 10
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 10
MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000

SIGMA	LCR	UPR	V= 1	V= 2	V= 3	V= 4	V= 5	V=10	V=50
218.2	0.0	2000.0	-0.00	0.01	0.02	0.03	0.03	0.12	0.07

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000
STANDARDABWEICHUNG DER NACHFRAGE SIGMA = 83.3
1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
3. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG LOR = 814.41
4. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG UPR = 1185.59 ≤ 2 * LOP
LUECKE IN KPHI
PROPORTIONALE PRODUKTIONSKOSTEN P = 1
PROPORTIONALE LAGERKOSTEN H = 1
PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 1
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1000.00 CS = 1069.60
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1000.00 CN = 1069.60
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
818.12	181.92	1000.04	748.48	1818.08	0.00	0.00
847.81	155.01	1002.83	775.62	1844.93	0.01	0.01
877.51	132.01	1009.52	799.69	1867.99	0.07	0.07
907.20	112.20	1019.40	821.76	1887.80	0.19	0.19
936.90	94.94	1031.84	842.52	1905.06	0.37	0.37
966.59	79.71	1046.30	862.46	1920.29	0.61	0.61
996.29	66.07	1062.36	881.89	1933.93	0.91	0.91
1025.98	53.68	1079.66	901.01	1946.32	1.25	1.25
1055.68	42.29	1097.97	919.94	1957.71	1.63	1.63
1085.37	31.69	1117.07	938.69	1968.31	2.03	2.03
1115.07	21.73	1136.80	957.26	1978.27	2.46	2.46
1144.76	12.30	1157.06	975.55	1987.70	2.89	2.89
1174.46	3.29	1177.74	993.43	1996.71	3.32	3.32
1629.81	-0.16	1629.65	1000.32	2000.16	3.49	3.49
1632.52	-0.59	1631.93	1001.18	2000.59	3.51	3.51
1662.22	-5.40	1656.82	1010.80	2005.40	3.74	3.74
1691.91	-10.36	1681.56	1020.72	2010.36	3.98	3.98
1721.61	-15.49	1706.12	1031.00	2015.49	4.22	4.22
1751.30	-20.83	1730.48	1041.72	2020.83	4.48	4.48
1781.00	-26.41	1754.59	1053.00	2026.41	4.75	4.75
1791.69	-28.49	1763.20	1057.23	2028.43	4.85	4.85
1810.69	-32.28	1778.41	1064.99	2032.28	5.03	5.03
1840.39	-38.51	1801.88	1077.31	2038.51	5.35	5.35
1870.08	-45.18	1824.91	1092.02	2045.18	5.69	5.69
1899.78	-52.39	1847.39	1107.70	2052.39	6.09	6.09
1954.58	-67.64	1886.93	1142.50	2067.64	6.99	6.99
2036.02	-98.14	1937.88	1218.65	2098.14	9.06	9.06
2439.51	-439.50	2000.00	2223.07	2439.50	34.97	34.97
2443.22	-443.24	1999.98	2234.23	2443.24	35.22	35.22

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 2
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1041.36 CS = 1094.00
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1035.75 CN = 1094.22
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.02

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
818.12	223.89	1042.01	1458.22	2552.22	0.00	0.01
847.81	198.14	1045.95	1510.15	2603.73	0.02	0.02
877.51	178.08	1055.59	1552.13	2643.84	0.09	0.09
907.20	163.13	1070.40	1585.25	2673.61	0.21	0.22
936.90	153.54	1090.44	1608.40	2692.91	0.35	0.36
966.59					2. ABLEITUNG < 0	
996.29					2. ABLEITUNG < 0	
1025.98			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1055.68			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1085.37			< 0			
1115.07			< 0			
1144.76			< 0			
1174.46			< 0			
1629.81	317.01	1946.82	1601.88	2365.98	13.94	13.95
1632.52	314.30	1946.82	1612.73	2371.41	14.14	14.15
1791.69	163.50	1955.19	2218.24	2673.00	23.92	23.92
1954.58	67.51	2022.08	2630.01	2864.98	29.98	29.99
2036.02	44.49	2080.51	2743.87	2911.02	31.84	31.85
2439.51	21.93	2461.44	2868.41	2956.14	34.04	34.05
2443.22	61.60	2504.81	2629.78	2876.81	29.44	29.45

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 3
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1064.46 CS = 1107.64
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1055.98 CN = 1108.16
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.05

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
818.12	246.40	1064.52	2153.16	3260.80	0.00	0.02
847.81	221.52	1069.33	2228.42	3335.45	0.02	0.03
877.51	203.83	1081.34	2283.89	3388.51	0.09	0.10
907.20	193.56	1100.76	2318.08	3419.32	0.19	0.20
936.90					2. ABLEITUNG < 0	
966.59			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
996.29			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1025.98			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1055.68			< 0			
1085.37			< 0			
1115.07			< 0			
1144.76			< 0			
1174.46			< 0			
1629.81	370.19	2000.00	2587.99	2889.44	27.90	27.92
1632.52	367.48	2000.00	2604.26	2897.57	28.10	28.12
1791.69	217.02	2008.71	3510.45	3348.95	37.90	37.91
1954.58	135.32	2089.90	4032.01	3594.03	43.01	43.02
2036.02					2. ABLEITUNG < 0	
2439.51	460.33	2899.84	1672.77	2619.01	6.16	6.18
2443.22	456.55	2899.77	1706.64	2630.35	7.00	7.01

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 4
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1079.01 CS = 1116.64
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1069.85 CN = 1117.35
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.06

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
818.12	260.96	1079.08	2839.50	3956.14	0.00	0.02
847.81	236.81	1084.62	2936.89	4052.76	0.02	0.04
877.51	221.28	1098.78	3001.82	4114.89	0.09	0.10
907.20				2. ABLEITUNG < 0		
936.90				2. ABLEITUNG < 0		
966.59			< 0	2. ABLEITUNG < 0		
996.29			< 0	2. ABLEITUNG < 0		
1025.98			< 0	2. ABLEITUNG < 0		
1055.68			< 0			
1085.37			< 0			
1115.07			< 0			
1144.76			< 0			
1174.46			< 0			
1629.81	401.47	2031.28	3557.43	3394.14	37.71	37.73
1632.52	398.75	2031.28	3579.13	3404.99	37.91	37.93
1791.63	249.28	2040.98	4779.41	4002.86	47.30	47.31
1954.58				2. ABLEITUNG < 0		
2036.02			< 0	2. ABLEITUNG < 0		
2439.51	522.64	2962.15	2447.02	2909.44	22.49	22.51
2443.22	518.87	2962.09	2492.09	2924.53	23.40	23.42

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 5
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1089.40 CS = 1123.14
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1080.30 CN = 1123.93
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.07

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
818.12	271.36	1089.48	3520.05	4643.19	0.00	0.02
847.81	247.86	1095.67	3638.51	4760.71	0.02	0.04
877.51	234.39	1111.90	3708.80	4828.06	0.08	0.10
907.20				2. ABLEITUNG < 0		
936.90			< 0	2. ABLEITUNG < 0		
966.59			< 0	2. ABLEITUNG < 0		
996.29			< 0	2. ABLEITUNG < 0		
1025.98			< 0	2. ABLEITUNG < 0		
1055.68			< 0			
1085.37			< 0			
1115.07			< 0			
1144.76			< 0			
1174.46			< 0			
1629.00	424.19	2053.19	4497.98	3879.06	44.91	44.93
1629.81	423.37	2053.19	4506.13	3883.14	44.97	44.99

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
1632.52	420.65	2053.19	4533.25	3896.70	45.16	45.18
1873.13	226.59	2099.72	6497.38	4867.07	56.57	56.59
2036.02			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
2117.46			< 0			
2442.22	557.62	2999.84	3286.70	3211.89	37.30	37.32
2443.03	556.79	2999.83	3299.10	3216.03	37.51	37.53

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 10
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1116.56 CS = 1140.38
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1110.82 CN = 1140.84
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.04

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
818.12	298.56	1116.67	6874.13	8014.51	0.00	0.01
847.81	277.69	1125.50	7084.29	8223.13	0.02	0.02
877.51					2. ABLEITUNG < 0	
907.20					2. ABLEITUNG < 0	
936.90			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
966.59			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
996.29			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1025.98			< 0			
1055.68			< 0			
1085.37			< 0			
1115.07			< 0			
1144.76			< 0			
1174.46	936.18	2110.63	175.43	1758.74	-25.18	-25.16
1629.88	482.45	2111.45	9008.94	6175.52	64.35	64.35
1629.81	481.63	2111.45	9025.23	6183.67	64.40	64.40
1873.13					2. ABLEITUNG < 0	
2036.02			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
2117.46			< 0			
2442.22	648.07	3090.29	7030.45	4519.30	80.81	80.81
2443.03	647.24	3090.27	7055.34	4527.65	81.02	81.02

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 50
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1154.72 CS = 1165.16
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1171.14 CN = 1172.24
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.61

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
818.12	336.84	1154.95	32993.05	34158.19	0.00	0.02
847.81					2. ABLEITUNG < 0	
877.51					2. ABLEITUNG < 0	
907.20			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
936.90			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
966.59			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
996.29			< 0			
1025.98			< 0			

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
1055.68			< 0			
1085.37			< 0			
1115.07			< 0			
1144.76	1049.09	2193.85	155.73	1817.54	-27.33	-26.94
1174.46	1030.65	2205.11	756.96	2120.20	-9.34	-9.01
1629.00	577.42	2206.41	40775.35	22129.23	89.53	89.56
1629.81	576.60	2206.41	40856.79	22169.95	89.56	89.58
1873.13					2. ABLEITUNG < 0	
2036.02			< 0			
2117.46			< 0			
2443.03	783.11	3226.14	28741.31	11844.73	152.49	152.55

MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000
STANDARDABWEICHUNG DER NACHFRAGE SIGMA = 124.5
1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
3. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG LOR = 721.61
4. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG UPR = 1278.39 ≤ 2 * LOR
LUECKE IN KPHI
PROPORTIONALE PRODUKTIONSKOSTEN P = 1
PROPORTIONALE LAGERKOSTEN H = 1
PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 1
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1000.00 CS = 1104.40
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1000.00 CN = 1104.43
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % -0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
727.18	272.88	1000.06	622.73	1727.12	0.00	0.00
771.72	232.52	1004.24	663.42	1767.48	0.02	0.02
816.26	198.02	1014.28	699.54	1801.98	0.11	0.11
860.80	168.30	1029.11	732.64	1831.70	0.29	0.29
905.35	142.42	1047.76	763.78	1857.58	0.57	0.57
949.89	119.56	1069.45	793.69	1880.44	0.94	0.94
994.43	99.10	1093.53	822.83	1900.90	1.39	1.39
1038.97	80.52	1119.50	851.52	1919.48	1.90	1.90
1083.52	63.43	1146.95	879.91	1936.57	2.46	2.46
1128.06	47.54	1175.60	908.04	1952.46	3.07	3.07
1172.60	32.60	1205.20	935.89	1967.40	3.70	3.70
1217.14	18.45	1235.59	963.32	1981.55	4.35	4.35
1261.69	4.93	1266.61	990.15	1995.07	4.99	4.99
1443.50	-0.05	1443.45	1000.39	2000.05	5.22	5.22
1444.22	-0.16	1444.06	1000.32	2000.16	5.23	5.23
1659.70	-37.36	1622.34	1074.92	2037.36	6.97	6.97
1804.02	-67.51	1736.51	1137.48	2067.51	8.43	8.43
1876.18	-85.49	1790.69	1176.95	2085.49	9.39	9.39
2163.83	-207.57	1956.26	1492.31	2207.57	17.63	17.63
2164.55	-208.04	1956.51	1493.62	2208.04	17.66	17.66

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 2
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1062.94 CS = 1141.00
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1053.63 CN = 1141.33
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.03

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
727.18	335.84	1063.01	1187.33	2328.33	0.00	0.01
771.72	297.21	1068.93	1265.23	2405.59	0.03	0.04
816.26	267.12	1083.38	1328.19	2465.76	0.14	0.15
860.80	244.79	1105.59	1377.87	2510.42	0.34	0.35
905.35	230.31	1135.66	1412.59	2539.37	0.56	0.57
949.89					2. ABLEITUNG < 0	
994.43					2. ABLEITUNG < 0	
1038.97					2. ABLEITUNG < 0	
1083.52			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1128.06			< 0			
1172.60			< 0			
1217.14	691.53	1908.67	39.78	1616.95	-26.97	-26.95
1261.69	657.65	1919.33	174.31	1684.70	-21.93	-21.91
1306.23	476.74	1920.23	897.93	2346.53	-0.37	-0.35
1444.22	476.01	1920.23	900.82	2347.97	-0.30	-0.29
1859.70	268.70	1928.41	1732.11	2462.59	16.67	16.68
1804.02	162.44	1966.46	2171.86	2675.13	23.84	23.85
1876.18	124.28	2006.46	2339.11	2751.44	26.48	26.49
2163.83	46.56	2210.39	2725.34	2906.88	33.01	33.02
2164.55	46.45	2211.00	2725.96	2907.10	33.02	33.03

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 3
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1096.68 CS = 1161.46
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1083.37 CN = 1162.24
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.07

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
727.18	369.60	1096.78	1729.74	2891.20	0.00	0.03
771.72	332.27	1103.99	1842.63	3003.18	0.03	0.06
816.26	305.75	1122.01	1925.84	3082.76	0.15	0.17
860.80	290.34	1151.15	1977.12	3128.97	0.31	0.33
905.35					2. ABLEITUNG < 0	
949.89					2. ABLEITUNG < 0	
994.43			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1038.97			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1083.52			< 0			
1128.06			< 0			
1172.60			< 0			
1217.14	771.29	1988.44	90.42	1687.64	-25.82	-25.77
1261.69	737.39	1999.08	289.43	1787.87	-18.85	-18.80

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
1443.50	556.50	2000.00	1374.64	2330.49	8.82	8.86
1444.22	555.78	2000.00	1378.97	2332.66	8.91	8.94
1659.70	348.76	2008.46	2624.15	2953.72	28.17	28.19
1804.02	246.09	2050.11	3261.19	3261.74	35.59	35.62
1876.18	214.89	2091.08	3466.08	3355.32	37.92	37.94
2163.83					2. ABLEITUNG < 0	
2164.55					2. ABLEITUNG < 0	

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 4
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1118.32 CS = 1174.96
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1104.78 CN = 1176.02
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.09

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
727.18	391.45	1116.62	2259.25	3434.21	0.00	0.03
771.72	355.22	1126.94	2405.34	3579.14	0.03	0.06
816.26	331.91	1148.18	2502.73	3672.34	0.15	0.17
860.80					2. ABLEITUNG < 0	
905.35					2. ABLEITUNG < 0	
949.89					2. ABLEITUNG < 0	
994.43			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1038.97			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1083.52			< 0			
1128.06			< 0			
1172.60			< 0			
1217.14	817.79	2034.93	139.48	1741.95	-24.54	-24.48
1261.69	784.25	2045.94	387.24	1866.72	-16.31	-16.26
1443.50	603.42	2046.92	1826.37	2586.32	16.05	16.09
1444.22	602.70	2046.92	1832.15	2589.21	16.14	16.18
1659.70	396.61	2056.31	3484.86	3413.55	36.51	36.54
1804.02	300.43	2104.45	4280.04	3798.29	43.62	43.65
1876.18	279.69	2155.87	4461.16	3881.26	45.22	45.24
2163.83	686.35	2850.18	373.84	2254.61	-31.30	-31.26
2164.55	686.21	2850.76	375.36	2255.16	-31.25	-31.21

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 5
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1134.10 CS = 1184.71
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1120.44 CN = 1185.89
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.10

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
727.18	407.04	1134.22	2780.07	3964.78	0.00	0.03
771.72	371.79	1143.51	2957.76	4141.07	0.03	0.06
816.26	351.58	1167.85	3063.20	4242.08	0.14	0.17
860.80					2. ABLEITUNG < 0	
905.35					2. ABLEITUNG < 0	
949.89			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
994.43			< 0		2. ABLEITUNG < 0	

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
1038.97			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1083.52			< 0			
1128.06			< 0			
1172.60			< 0			
1217.14	850.22	2067.37	182.50	1785.30	-23.42	-23.35
1261.69	817.05	2078.74	470.05	1930.12	-14.27	-14.21
1443.50	636.28	2079.78	2246.96	2818.60	21.75	21.79
1444.22	635.56	2079.78	2254.17	2822.21	21.85	21.89
1659.70	430.49	2090.19	4309.79	3847.54	42.81	42.84
1804.02	341.70	2145.73	5226.53	4291.49	49.39	49.42
1876.18					2. ABLEITUNG < 0	
2163.83	746.67	2910.50	319.98	2266.91	-33.62	-33.57
2164.55	746.50	2911.05	322.53	2267.80	-33.54	-33.49

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 10
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1174.83 CS = 1210.57
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1166.23 CN = 1211.25
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.06

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
727.18	447.82	1175.00	3311.19	6521.76	0.00	0.01
771.72	416.53	1188.25	3625.44	6834.70	0.03	0.04
816.26					2. ABLEITUNG < 0	
860.80					2. ABLEITUNG < 0	
905.35					2. ABLEITUNG < 0	
949.89			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
994.43			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1038.97			< 0			
1083.52			< 0			
1128.06			< 0			
1172.60	958.00	2130.61	76.27	1789.19	-28.08	-28.04
1217.14	936.03	2153.18	334.23	1922.13	-19.63	-19.60
1261.69	904.27	2165.95	763.15	2138.11	-7.69	-7.66
1443.50	723.65	2167.15	4013.76	3763.47	38.82	38.83
1444.22	722.94	2167.16	4028.08	3770.63	38.95	38.95
1659.70	522.99	2182.70	8036.19	5770.06	60.25	60.27
1804.02					2. ABLEITUNG < 0	
1876.18					2. ABLEITUNG < 0	
2163.83	875.70	3039.53	342.94	2354.75	-34.00	-34.00
2164.55	875.49	3040.04	348.12	2356.50	-33.86	-33.83

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 50
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1232.07 CS = 1247.74
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1256.71 CN = 1258.35
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.85

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
727.18	505.25	1232.43	24489.57	25737.29	0.00	0.04
771.72				2. ABLEITUNG < 0		
816.26				2. ABLEITUNG < 0		
860.80			< 0	2. ABLEITUNG < 0		
905.35			< 0	2. ABLEITUNG < 0		
949.89			< 0	2. ABLEITUNG < 0		
994.43			< 0			
1038.97			< 0			
1083.52			< 0			
1128.06	1102.52	2230.58	25.02	1856.14	-31.43	-30.86
1172.60	1090.90	2263.50	279.92	1992.58	-23.33	-22.80
1217.14	1073.63	2290.77	733.59	2226.30	-11.00	-10.53
1261.69	1045.97	2307.66	1635.45	2680.30	7.57	7.97
1443.50	865.90	2309.40	12544.72	8135.04	69.54	69.67
1444.22	865.22	2309.44	12600.78	8163.00	69.69	69.78
1659.70				2. ABLEITUNG < 0		
1804.02				2. ABLEITUNG < 0		
1876.18				2. ABLEITUNG < 0		
2163.83	1050.52	3214.35	685.53	2598.62	-25.48	-25.20
2164.55	1050.35	3214.90	696.27	2601.74	-25.28	-24.87

MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000
STANDARDABWEICHUNG DER NACHFRAGE SIGMA = 166.0
1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
3. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG LOR = 628.81
4. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG UPR = 1371.19 > 2 * LOR
PROPORTIONALE PRODUKTIONSKOSTEN P = 1
PROPORTIONALE LAGERKOSTEN H = 1
PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 1
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1000.00 CS = 1139.20
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1000.00 CN = 1139.20
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
636.24	363.84	1000.07	496.97	1636.16	0.00	0.00
695.63	310.03	1005.65	551.23	1689.97	0.03	0.03
755.02	264.02	1019.04	599.39	1735.98	0.15	0.15
814.41	224.40	1038.81	643.52	1775.60	0.40	0.40
873.80	189.89	1063.68	685.04	1810.11	0.78	0.78
933.19	159.42	1092.60	724.92	1840.58	1.28	1.28
992.58	132.13	1124.71	763.78	1867.87	1.88	1.88
1051.97	107.36	1159.33	802.03	1892.64	2.57	2.57
1111.36	84.58	1195.94	839.87	1915.42	3.32	3.32
1170.75	63.38	1234.13	877.39	1936.62	4.13	4.13
1230.14	43.47	1273.61	914.52	1956.53	4.97	4.97
1258.00	34.49	1292.49	931.78	1965.51	5.37	5.37
1258.63	34.35	1292.97	932.06	1965.65	5.37	5.37

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
1446.27	-31.52	1414.75	1063.67	2031.52	8.41	8.41
1572.03	-54.76	1517.27	1109.94	2054.76	9.46	9.46
1634.91	-67.34	1567.57	1135.68	2067.34	10.04	10.04
1885.44	-128.16	1757.28	1268.34	2128.16	13.13	13.13
1886.07	-128.35	1757.72	1268.77	2128.35	13.14	13.14

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 2
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1083.92 CS = 1188.00
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1071.50 CN = 1188.44
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.04

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
535.24	447.78	1084.02	916.44	2104.43	0.00	0.02
695.63	396.27	1091.90	1020.31	2207.45	0.04	0.06
755.02	356.16	1111.17	1104.25	2287.68	0.20	0.22
814.41	326.39	1140.79	1170.49	2347.23	0.48	0.50
873.80	307.09	1180.88	1216.79	2385.83	0.79	0.81
933.19					2. ABLEITUNG < 0	
992.58					2. ABLEITUNG < 0	
1051.97					2. ABLEITUNG < 0	
1111.36					2. ABLEITUNG < 0	
1170.75	634.10	1804.84	212.27	1731.81	-19.14	-19.12
1230.14	618.93	1849.06	269.07	1762.15	-17.31	-17.29
1289.53	606.57	1864.56	316.60	1786.87	-15.80	-15.77
1288.63	606.24	1864.86	317.86	1787.53	-15.76	-15.73
1446.27	449.65	1895.92	941.63	2100.70	1.38	1.40
1572.03	336.39	1908.42	1398.26	2327.22	11.13	11.15
1634.91	286.54	1921.46	1602.29	2426.92	14.97	14.99
1885.44	144.04	2029.48	2217.80	2711.91	25.59	25.60
1886.07	143.80	2029.86	2218.95	2712.41	25.61	25.62

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 3
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1128.91 CS = 1215.28
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1111.97 CN = 1216.32
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.08

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
636.24	492.80	1129.04	1306.31	2521.60	0.00	0.04
695.63	443.03	1138.66	1456.84	2670.91	0.05	0.08
755.02	407.66	1162.68	1567.79	2777.01	0.22	0.26
814.41	387.12	1201.53	1636.16	2838.63	0.45	0.49
873.80					2. ABLEITUNG < 0	
933.19					2. ABLEITUNG < 0	
992.58					2. ABLEITUNG < 0	
1051.97					2. ABLEITUNG < 0	
1111.36	755.25	1866.61	133.16	1747.67	-22.84	-22.78
1170.75	746.92	1917.66	173.43	1770.25	-21.55	-21.49
1230.14	726.80	1956.93	277.60	1825.99	-18.24	-18.19

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
1298.33	713.42	1871.42	352.43	1863.88	-16.13	-15.94
1298.63	713.08	1871.76	352.29	1864.84	-15.94	-15.89
1446.27	556.07	2002.33	1282.39	2331.81	7.12	7.16
1572.03	443.31	2019.35	1964.25	2670.06	18.38	19.12
1634.91	394.36	2029.22	2265.16	2817.03	23.65	23.98
1885.44	273.53	2159.97	3043.69	3179.41	33.96	33.99
1886.07	273.42	2159.49	3044.48	3179.74	33.97	34.00

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 4
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1158.02 CS = 1233.29
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1139.71 CN = 1234.69
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.11

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
636.24	521.93	1160.17	1679.60	2912.23	0.07	0.05
695.63	473.62	1169.25	1873.78	3105.51	0.15	0.13
755.02	442.55	1197.57	2003.64	3229.73	0.22	0.26
814.41					2. ABLEITUNG < 0	
873.80					2. ABLEITUNG < 0	
933.19					2. ABLEITUNG < 0	
992.58					2. ABLEITUNG < 0	
1051.97					2. ABLEITUNG < 0	
1111.36	921.54	1932.89	106.56	1770.36	-24.37	-24.29
1170.75	810.02	1980.77	171.37	1807.31	-22.28	-22.2
1230.14	788.74	2014.88	303.70	1876.14	-18.16	-18.09
1298.63	775.29	2036.28	392.91	1924.55	-15.56	-15.43
1298.63	774.94	2036.57	393.15	1925.72	-15.43	-15.37
1446.27	618.84	2069.11	1288.38	2524.66	11.77	11.82
1572.03	507.55	2079.58	2485.58	2969.73	25.23	25.27
1634.91	460.33	2092.24	2872.23	3158.68	29.98	30.02
1885.44					2. ABLEITUNG < 0	
1886.07					2. ABLEITUNG < 0	

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 5
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1178.80 CS = 1246.28
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1160.59 CN = 1247.85
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.13

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
636.24	542.73	1178.96	2040.10	3286.37	0.00	0.05
695.63	495.71	1191.34	2277.01	3521.43	0.05	0.10
755.02	468.78	1223.79	2417.60	3656.11	0.21	0.26
814.41					2. ABLEITUNG < 0	
873.80					2. ABLEITUNG < 0	
933.19					2. ABLEITUNG < 0	
992.58					2. ABLEITUNG < 0	
1051.97					2. ABLEITUNG < 0	
1111.36	865.96	1977.32	95.03	1792.19	-25.12	-25.04

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
1170.75	853.11	2023.86	178.32	1838.74	-22.52	-22.44
1230.14	831.61	2061.75	330.78	1920.35	-17.88	-17.79
1258.00	818.28	2076.28	432.34	1973.18	-14.93	-14.85
1258.63	817.94	2076.57	434.88	1974.50	-14.85	-14.78
1446.27	662.84	2109.11	1852.97	2686.19	15.38	15.43
1572.03	553.14	2125.17	2957.80	3234.29	29.98	30.03
1634.91	507.89	2142.81	3420.78	3460.53	34.87	34.91
1885.44					2. ABLEITUNG < 0	
1886.07					2. ABLEITUNG < 0	

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 10
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1233.11 CS = 1280.77
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1221.64 CN = 1281.67
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.07

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
636.24	597.10	1233.33	3748.26	5029.02	0.00	0.02
695.63	585.37	1251.00	4168.58	5446.26	0.06	0.07
755.02					2. ABLEITUNG < 0	
814.41					2. ABLEITUNG < 0	
873.80					2. ABLEITUNG < 0	
933.19					2. ABLEITUNG < 0	
992.58					2. ABLEITUNG < 0	
1051.97	985.66	2037.62	38.09	1832.40	-28.03	-27.98
1111.36	978.20	2089.56	99.13	1868.94	-26.17	-26.12
1170.75	964.48	2135.23	224.20	1939.39	-22.40	-22.35
1230.14	944.01	2174.14	435.02	2052.26	-16.40	-16.35
1258.00	931.55	2189.55	575.54	2125.35	-12.66	-12.62
1258.63	931.22	2189.85	579.09	2127.22	-12.54	-12.53
1446.27	780.10	2226.36	2839.44	3261.02	26.36	26.37
1572.03	677.01	2249.05	4796.62	4232.03	43.60	43.63
1634.91	641.09	2276.00	5527.18	4589.12	48.36	48.37
1885.44					2. ABLEITUNG < 0	
1886.07					2. ABLEITUNG < 0	

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 50
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1309.43 CS = 1330.32
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1342.28 CN = 1344.47
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 1.06

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
636.24	673.67	1309.90	15994.48	17324.77	0.00	0.08
695.63					2. ABLEITUNG < 0	
755.02					2. ABLEITUNG < 0	
814.41					2. ABLEITUNG < 0	
873.80					2. ABLEITUNG < 0	
933.19					2. ABLEITUNG < 0	
992.58			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
			< 0			

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
1091.97	1154.44	2206.41	50.56	1959.18	-29.52	-28.80
1111.36	1147.37	2258.73	166.06	2028.46	-26.23	-25.53
1170.75	1136.69	2307.43	366.69	2141.52	-20.76	-20.10
1230.14	1121.20	2351.34	706.56	2323.45	-12.33	-11.72
1258.00	1111.62	2369.62	944.27	2447.05	-7.05	-6.47
1258.63	1111.32	2369.94	951.65	2451.03	-6.75	-6.32
1446.27	972.38	2418.65	6568.67	5264.86	50.10	50.30
1572.03	894.14	2466.17	11498.07	7712.72	66.33	66.51
1634.91					2. ABLEITUNG < 0	
1885.44					2. ABLEITUNG < 0	
1886.07					2. ABLEITUNG < 0	

MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000
STANDARDABWEICHUNG DER NACHFRAGE SIGMA = 33.3
1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 5
3. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG LOR = 831.53
4. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG UPR = 1371.19 ≤ 2 * LOR
LUECKE IN KPHI
PROPORTIONALE PRODUKTIONSKOSTEN P = 1
PROPORTIONALE LAGERKOSTEN H = 1
PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 1
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 988.05 CS = 1067.07
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1000.00 CN = 1067.61
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.05

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
856.72	132.39	989.11	800.54	1867.61	0.00	0.33
898.29	101.50	999.80	832.49	1898.50	0.06	0.08
939.87	81.44	1021.31	856.84	1918.56	0.24	0.27
981.44	67.16	1048.60	875.52	1932.84	0.50	0.53
1023.01	56.15	1079.12	892.69	1943.90	0.82	0.84
1064.59	46.96	1111.55	908.36	1953.04	1.15	1.17
1106.16	39.03	1145.19	922.91	1960.97	1.48	1.51
1147.73	31.89	1179.62	936.58	1968.11	1.81	1.83
1189.31	25.30	1214.60	949.51	1974.70	2.12	2.15
1230.88	19.11	1249.98	961.81	1980.89	2.42	2.45
1272.45	13.21	1285.66	973.59	1986.79	2.71	2.74
1314.02	7.53	1321.56	984.94	1992.47	2.99	3.02
1355.60	2.03	1357.63	995.94	1997.97	3.26	3.28
1704.05	-0.16	1703.89	1000.32	2000.16	3.36	3.39
1708.25	-0.83	1707.41	1001.66	2000.83	3.39	3.42
1958.51	-63.73	1894.78	1136.48	2063.73	6.78	6.80
2128.81	-159.73	1969.08	1393.31	2159.73	13.92	13.95
2213.97	-230.14	1983.82	1598.47	2230.14	19.53	19.55
2549.38	-558.59	1990.79	2581.38	2558.59	42.60	42.62
2553.58	-562.78	1990.79	2593.96	2562.78	42.86	42.87

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 2
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1029.50 CS = 1096.31
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1035.75 CN = 1096.52
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.02

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
856.72	173.05	1029.77	1557.60	2653.91	0.00	0.01
898.29	149.41	1047.70	1606.27	2701.19	0.05	0.06
939.87					2. ABLEITUNG < 0	
981.44					2. ABLEITUNG < 0	
1023.01			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1064.59			< 0			
1106.16			< 0			
1147.73			< 0			
1189.31			< 0			
1230.88	707.94	1938.81	44.23	1584.13	-28.00	-27.99
1272.45	667.48	1939.94	205.75	1665.03	-21.80	-21.79
1314.02	626.15	1940.18	371.04	1747.70	-16.04	-16.03
1355.60	584.60	1940.19	537.26	1830.81	-10.77	-10.76
1704.05	236.14	1940.20	1931.08	2527.71	19.77	19.78
1708.25	231.95	1940.19	1947.87	2536.10	20.03	20.04
1958.51	62.26	2020.77	2650.97	2875.47	30.32	30.33
2128.81	32.91	2161.72	2804.19	2934.19	32.93	32.94
2213.97	25.68	2239.64	2846.27	2948.65	33.71	33.71
2553.58					2. ABLEITUNG < 0	
2554.32					2. ABLEITUNG < 0	

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 3
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1053.92 CS = 1114.62
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1055.98 CN = 1114.65
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
856.72	197.55	1054.27	2292.73	3407.34	0.00	0.00
898.29					2. ABLEITUNG < 0	
939.87					2. ABLEITUNG < 0	
981.44			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1023.01			< 0			
1064.59			< 0			
1106.16			< 0			
1147.73			< 0			
1189.31	796.39	1985.69	34.89	1610.84	-28.64	-28.64
1230.88	758.39	1989.27	261.38	1724.84	-20.22	-20.22
1272.45	718.06	1990.51	502.97	1845.83	-12.37	-12.36
1314.02	676.75	1990.77	750.75	1969.75	-5.30	-5.30
1355.60	635.20	1990.79	1000.06	2094.41	0.97	0.97
1703.31	287.48	1990.79	3086.34	3137.55	33.89	33.89
1704.05	286.74	1990.79	3090.78	3139.77	33.94	33.94
1958.51					2. ABLEITUNG < 0	
2128.81			< 0			
2213.97			< 0			
2553.58	342.84	2896.42	2739.22	2971.48	29.70	29.69

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
2554.32	342.10	2896.42	2745.89	2973.70	29.82	29.82

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 4
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1071.06 CS = 1127.71
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1069.85 CN = 1127.72
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
856.72	214.76	1071.49	3013.24	4140.94	0.00	0.00
898.29					2. ABLEITUNG < 0	
939.87			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
981.44			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1023.01			< 0			
1064.59			< 0			
1106.16			< 0			
1147.73			< 0			
1189.31	827.15	2016.45	152.64	1691.41	-24.30	-24.30
1230.88	789.62	2020.50	450.87	1841.52	-14.28	-14.28
1272.45	749.46	2021.91	771.61	2002.16	-5.14	-5.14
1314.02	708.19	2022.22	1101.68	2167.23	2.87	2.87
1355.60	666.64	2022.24	1434.08	2333.43	9.79	9.79
1703.31	318.93	2022.24	4215.78	3724.28	43.48	43.48
1704.05	318.19	2022.24	4221.70	3727.24	43.53	43.52
1958.51					2. ABLEITUNG < 0	
2128.81			< 0			
2213.97	726.98	2940.94	11.03	2092.10	-45.56	-45.57
2553.58	400.98	2954.55	3014.00	3396.10	48.46	48.46
2554.32	400.24	2954.55	3022.89	3399.06	48.59	48.59

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 5
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1084.08 CS = 1137.76
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1080.30 CN = 1137.87
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.01

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
856.72	227.86	1084.58	3722.94	4960.69	0.00	0.00
898.29					2. ABLEITUNG < 0	
939.87			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
981.44			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1023.01			< 0			
1064.59			< 0			
1106.16			< 0			
1147.73			< 0			
1189.31	849.06	2038.36	246.68	1754.72	-21.10	-21.10
1230.88	812.02	2042.90	614.55	1939.88	-9.67	-9.66
1272.45	772.04	2044.50	1013.67	2139.78	0.54	0.55
1314.02	730.81	2044.84	1425.87	2345.93	9.28	9.28
1355.60	689.27	2044.86	1841.34	2553.66	16.66	16.66

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
1703.31	341.56	2044.87	5318.46	4292.22	50.42	50.42
1704.05	340.81	2044.87	5325.86	4295.93	50.47	50.46
1958.51				2. ABLEITUNG < 0		
2128.81			< 0			
2213.97	763.27	2977.23	217.00	2183.66	-37.94	-37.95
2553.58	437.69	2991.27	5089.46	3811.54	63.39	63.38
2554.32	436.95	2991.27	5100.56	3815.24	63.51	63.51

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 10
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1122.27 CS = 1167.69
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1110.82 CN = 1168.89
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.10

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
856.72	206.39	1123.11	7168.46	8336.13	0.00	0.01
898.29				2. ABLEITUNG < 0		
939.87			< 0	2. ABLEITUNG < 0		
981.44			< 0	2. ABLEITUNG < 0		
1023.01			< 0			
1064.59			< 0			
1106.16			< 0			
1147.73	939.07	2086.80	63.45	1706.40	-27.85	-27.78
1189.31	909.06	2098.37	522.89	1940.38	-12.87	-12.81
1230.88	873.84	2104.72	1165.32	2263.70	3.06	3.11
1272.45	834.72	2107.17	1942.30	2652.84	17.23	17.28
1314.02	793.68	2107.70	2762.86	3063.21	28.31	28.35
1355.60	752.15	2107.74	3593.50	3478.54	36.87	36.91
1703.31	404.43	2107.74	10547.74	6955.66	68.43	68.45
1704.05	403.69	2107.74	10562.55	6963.06	68.47	68.48
1958.51			< 0	2. ABLEITUNG < 0		
2128.81			< 0			
2213.97	850.47	3064.44	964.64	2495.30	-14.54	-14.50
2553.58	529.76	3083.33	10565.08	5702.44	105.75	105.77
2554.32	529.02	3083.33	10587.31	5709.84	105.87	105.89

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 50
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1194.36 CS = 1225.50
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1171.14 CN = 1233.67
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.67

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
856.72				2. ABLEITUNG < 0		
898.29				2. ABLEITUNG < 0		
939.87			< 0	2. ABLEITUNG < 0		
981.44			< 0			
1023.01			< 0			
1064.59			< 0			
1106.16			< 0			

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
1147.73	1044.60	2192.33	358.64	1944.50	-18.53	-18.11
1189.31	1018.53	2207.83	1159.87	2352.47	1.40	1.75
1230.88	986.89	2217.77	2516.34	3032.02	23.21	23.48
1272.45	950.11	2222.56	4662.53	4109.85	43.27	43.47
1314.02	909.90	2223.92	7751.61	5654.74	58.75	58.90
1355.60	868.45	2224.05	11605.58	7581.75	69.24	69.34
1703.31	520.74	2224.05	46368.09	24962.98	90.66	90.69
1704.05	520.00	2224.05	46442.11	24999.99	90.67	90.70
1958.51			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
2128.81			< 0			
2213.97	985.77	3199.73	2331.59	3659.70	16.26	16.52
2553.58	687.11	3240.68	43070.92	16644.57	166.19	166.23
2594.32	686.37	3240.68	43190.92	16681.58	166.26	166.31

MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000
STANDARDABWEICHUNG DER NACHFRAGE SIGMA = 124.5
1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 5
3. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG LOR = 777.29
4. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG UPR = 1556.78 > 2 * LOR
PROPORTIONALE PRODUKTIONSKOSTEN P = 1
PROPORTIONALE LAGERKOSTEN H = 1
PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 1
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 983.42 CS = 1100.60
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1000.00 CN = 1101.41
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.07

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
785.08	198.59	983.67	705.81	1801.41	0.00	0.05
847.44	152.25	999.70	748.73	1847.75	0.09	0.13
909.80	122.16	1031.96	784.06	1877.84	0.36	0.41
972.16	100.74	1072.90	813.28	1899.26	0.77	0.81
1034.52	84.16	1118.68	839.04	1915.84	1.24	1.28
1096.88	70.44	1167.32	862.54	1929.56	1.74	1.78
1159.24	58.54	1217.78	884.37	1941.46	2.24	2.28
1221.60	47.83	1269.43	904.87	1952.17	2.73	2.77
1283.96	37.95	1321.91	924.26	1962.05	3.20	3.24
1345.32	28.66	1374.98	942.72	1971.34	3.65	3.69
1408.68	19.81	1428.49	960.38	1980.19	4.08	4.12
1471.04	11.30	1482.33	977.41	1988.70	4.49	4.53
1533.40	3.04	1536.44	993.91	1996.96	4.89	4.93
1554.97	-0.04	1554.93	1000.08	2000.04	5.03	5.07
1555.58	-0.01	1555.57	1000.31	2000.01	5.03	5.07
1787.76	-47.31	1740.45	1096.07	2047.31	7.30	7.33
1943.22	-97.75	1845.47	1209.91	2097.75	10.14	10.18
2020.95	-132.47	1888.48	1296.49	2132.47	12.41	12.45
2330.86	-354.12	1976.74	1924.04	2354.12	28.48	28.52
2331.47	-354.68	1976.80	1925.67	2354.68	28.52	28.56

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 2
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1044.25 CS = 1144.47
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1053.63 CN = 1144.79
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.03

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
785.08	269.57	1044.65	1336.41	2480.86	0.00	0.01
847.44	224.11	1071.55	1409.40	2551.78	0.08	0.09
909.80					2. ABLEITUNG < 0	
972.16					2. ABLEITUNG < 0	
1034.52			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1096.88			< 0			
1159.24			< 0			
1221.60	670.92	1892.52	135.63	1658.17	-22.80	-22.78
1283.96	619.38	1903.34	337.94	1761.24	-15.83	-15.81
1346.32	561.90	1908.22	566.34	1876.19	-8.82	-8.80
1408.68	501.23	1909.90	808.63	1997.55	-2.23	-2.21
1471.04	439.23	1910.26	1056.57	2121.55	3.75	3.76
1533.40	376.90	1910.29	1305.89	2246.21	9.09	9.10
1554.97	355.33	1910.29	1392.17	2289.35	10.80	10.82
1555.58	354.72	1910.29	1394.61	2290.57	10.85	10.86
1787.76	155.86	1943.62	2198.68	2688.28	24.37	24.37
1943.22	91.87	2035.09	2483.78	2816.26	28.83	28.84
2020.95	73.79	2094.74	2573.67	2852.42	30.36	30.36
2330.86	37.81	2368.67	2773.57	2924.38	33.98	33.99
2331.47	37.77	2369.24	2773.92	2924.46	33.98	33.99

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 3
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1080.88 CS = 1171.94
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1083.97 CN = 1171.98
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
785.08	296.33	1081.41	1939.09	3111.01	0.00	0.00
847.44					2. ABLEITUNG < 0	
909.80					2. ABLEITUNG < 0	
972.16			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1034.52			< 0			
1096.88			< 0			
1159.24	786.44	1945.68	17.17	1640.69	-27.52	-27.52
1221.60	745.26	1966.86	253.87	1764.21	-19.18	-19.18
1283.96	694.58	1978.54	552.33	1916.25	-10.02	-10.02
1346.32	637.58	1983.90	892.08	2087.26	-1.11	-1.11
1408.68	577.08	1985.76	1254.45	2268.75	6.95	6.95
1471.04	515.12	1986.16	1626.12	2454.63	13.99	13.99
1533.40	452.79	1986.19	2000.09	2641.62	20.08	20.08
1554.97	431.22	1986.19	2129.50	2706.33	21.99	21.99
1555.58	430.61	1986.19	2133.16	2708.16	22.04	22.04
1787.76	236.83	2024.59	3307.97	3289.52	36.19	36.19
1943.22					2. ABLEITUNG < 0	
2020.95					2. ABLEITUNG < 0	
2330.86	493.69	2824.56	1302.98	2518.92	-1.75	-1.75

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
2331.47	493.21	2824.68	1307.24	2520.36	-1.63	-1.63

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 4
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1106.58 CS = 1191.56
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1104.78 CN = 1191.58
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
785.08	322.15	1107.23	2513.86	3711.41	0.00	0.00
847.44					2. ABLEITUNG < 0	
909.80					2. ABLEITUNG < 0	
972.16					2. ABLEITUNG < 0	
1034.52			< 0			
1096.88			< 0			
1159.24	829.69	1988.93	47.68	1686.42	-26.52	-26.52
1221.60	790.01	2011.61	342.10	1840.04	-16.65	-16.65
1283.96	740.72	2024.68	728.96	2037.12	-5.72	-5.72
1346.32	684.43	2030.75	1176.31	2262.27	4.67	4.67
1408.68	624.19	2032.87	1657.41	2503.23	13.81	13.81
1471.04	562.29	2033.32	2152.52	2750.85	21.57	21.57
1533.40	499.96	2033.36	2651.12	3000.15	28.08	28.08
1554.97	478.39	2033.36	2823.66	3086.42	30.09	30.09
1555.58	477.78	2033.36	2828.55	3088.87	30.16	30.15
1787.76	290.74	2078.50	4339.42	3837.05	44.15	44.15
1943.22					2. ABLEITUNG < 0	
2020.95					2. ABLEITUNG < 0	
2330.86	582.53	2913.40	1610.32	2669.86	4.96	4.95
2331.47	582.04	2913.51	1616.16	2671.84	5.09	5.09

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 5
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1126.12 CS = 1206.64
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1120.44 CN = 1206.80
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.01

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
785.08	341.79	1126.88	3084.40	4291.03	0.00	0.00
847.44					2. ABLEITUNG < 0	
909.80					2. ABLEITUNG < 0	
972.16					2. ABLEITUNG < 0	
1034.52			< 0			
1096.88			< 0			
1159.24	860.37	2019.61	71.02	1720.96	-25.75	-25.75
1221.60	821.63	2043.23	405.96	1895.70	-14.93	-14.93
1283.96	773.58	2057.54	870.02	2132.08	-2.60	-2.59
1346.32	718.04	2064.35	1421.83	2409.82	9.07	9.08
1408.68	658.07	2066.74	2020.51	2709.67	19.10	19.10
1471.04	596.22	2067.26	2638.81	3018.89	27.38	27.38
1533.40	533.90	2067.30	3262.01	3330.50	34.17	34.18

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
1554.97	512.33	2067.30	3477.70	3438.34	36.24	36.24
1555.58	511.72	2067.30	3483.80	3441.39	36.30	36.30
1787.76	332.05	2119.81	5296.50	4339.77	49.86	49.85
1943.22					2. ABLEITUNG < 0	
2020.95					2. ABLEITUNG < 0	
2330.86	637.01	2967.88	1942.12	2814.93	11.87	11.86
2331.47	636.52	2968.00	1949.39	2817.38	12.02	12.03

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 10
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1183.40 CS = 1251.54
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1166.23 CN = 1253.33
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.14

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
785.08	399.58	1184.66	5752.69	7004.19	0.00	0.03
847.44					2. ABLEITUNG < 0	
909.80			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
972.16			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1034.52			< 0			
1096.88			< 0			
1159.24	945.02	2104.26	146.32	1825.47	-23.43	-23.33
1221.60	908.60	2130.20	595.18	2059.60	-10.34	-10.25
1283.96	863.60	2147.55	1284.33	2410.57	5.20	5.27
1346.32	810.76	2157.07	2247.99	2895.54	20.86	20.92
1408.68	752.07	2160.75	3413.45	3479.26	34.08	34.13
1471.04	690.52	2161.55	4644.29	4094.82	43.98	44.03
1533.40	628.22	2161.62	5890.25	4717.81	51.38	51.42
1554.97	606.65	2161.62	6321.62	4933.49	53.50	53.54
1555.58	606.04	2161.62	6333.82	4939.59	53.57	53.60
1787.76					2. ABLEITUNG < 0	
1943.22					2. ABLEITUNG < 0	
2020.95					2. ABLEITUNG < 0	
2330.86	768.44	3099.30	3161.96	3315.64	33.12	33.16
2331.47	767.98	3099.45	3175.39	3320.18	33.33	33.39

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 50
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1291.55 CS = 1338.25
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1256.71 CN = 1350.51
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.92

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
785.08					2. ABLEITUNG < 0	
847.44					2. ABLEITUNG < 0	
909.80			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
972.16			< 0			
1034.52			< 0			
1096.88			< 0			
1159.24	1098.24	2257.48	341.20	2053.41	-18.21	-17.61

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
1221.60	1066.90	2288.50	1037.95	2416.76	-1.68	-1.17
1283.96	1027.79	2311.75	2239.80	3028.71	18.14	18.54
1346.32	980.33	2326.65	4265.52	4048.04	38.43	38.73
1408.68	925.16	2333.84	7493.79	5664.77	55.91	56.13
1471.04	864.85	2335.88	12127.41	7982.12	68.70	68.85
1533.40	802.68	2336.07	17908.37	10872.62	77.02	77.13
1554.97	781.11	2336.08	20052.15	11944.48	79.08	79.18
1555.58	780.50	2336.08	20113.01	11974.90	79.14	79.24
1787.76					2. ABLEITUNG < 0	
1943.22			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
2020.95			< 0			
2330.86	972.84	3303.70	5441.12	4239.10	59.93	60.21
2331.47	972.47	3303.95	5470.39	4248.96	60.24	60.53

MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000
STANDARDABWEICHUNG DER NACHFRAGE SIGMA = 166.0
1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 5
3. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG LOR = 703.05
4. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG UPR = 1742.37 > 2 * LOR
PROPORTIONALE PRODUKTIONSKOSTEN P = 1
PROPORTIONALE LAGERKOSTEN H = 1
PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 1
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 977.90 CS = 1134.14
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1000.00 CN = 1135.22
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.10

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
713.44	264.78	978.23	601.08	1735.22	0.00	0.06
796.59	203.01	999.60	664.98	1796.99	0.12	0.18
879.74	162.88	1042.62	712.08	1837.12	0.50	0.55
962.88	134.32	1097.20	751.04	1865.68	1.05	1.10
1046.03	112.21	1158.24	785.39	1887.79	1.68	1.74
1129.17	93.93	1223.10	816.72	1906.07	2.35	2.41
1212.32	78.05	1290.37	845.83	1921.95	3.02	3.07
1295.47	63.77	1359.24	873.16	1936.23	3.67	3.73
1378.61	50.55	1429.16	899.12	1949.45	4.30	4.35
1406.62	45.37	1451.99	908.38	1954.63	4.55	4.60
1407.16	45.23	1452.33	909.66	1954.77	4.56	4.61
1617.02	-37.86	1579.15	1075.97	2037.86	8.45	8.50
1757.63	-74.13	1683.50	1151.65	2074.13	10.20	10.26
1827.93	-95.50	1732.43	1198.73	2095.50	11.33	11.38
2108.15	-219.89	1888.26	1509.37	2219.89	19.08	19.13
2108.63	-220.17	1888.46	1510.13	2220.17	19.10	19.15

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 2
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1059.01 CS = 1192.62
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1071.50 CN = 1193.05
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.04

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
713.44	346.03	1059.53	1115.21	2307.82	0.00	0.02
796.59	298.81	1095.40	1212.54	2402.37	0.12	0.13
879.74					2. ABLEITUNG < 0	
962.88					2. ABLEITUNG < 0	
1046.03					2. ABLEITUNG < 0	
1129.17	653.97	1783.15	164.27	1692.05	-19.81	-19.78
1212.32	517.25	1829.57	299.42	1765.49	-15.49	-15.46
1295.47	561.22	1856.69	514.17	1877.56	-9.10	-9.07
1378.61	492.51	1871.12	783.92	2014.98	-1.91	-1.89
1406.62	467.37	1873.99	883.53	2065.25	0.53	0.55
1467.16	466.93	1874.03	885.30	2066.15	0.58	0.59
1617.02	276.63	1893.65	1647.43	2446.73	16.08	16.09
1757.63	185.68	1943.30	2025.93	2628.64	22.44	22.46
1827.93	154.28	1982.21	2164.08	2691.45	24.72	24.73
2168.15	84.51	2192.66	2504.62	2830.98	30.60	30.61
2168.63	84.44	2193.07	2505.02	2831.13	30.61	30.62

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 3
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1107.85 CS = 1229.25
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1111.97 CN = 1229.30
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
713.44	395.10	1108.55	1585.45	2814.69	0.00	0.00
796.59					2. ABLEITUNG < 0	
879.74					2. ABLEITUNG < 0	
962.88					2. ABLEITUNG < 0	
1046.03	769.95	1815.98	68.22	1695.03	-23.45	-23.45
1129.17	753.61	1882.78	148.59	1741.35	-20.88	-20.87
1212.32	715.26	1927.58	356.23	1854.25	-14.50	-14.49
1295.47	660.35	1955.82	671.83	2018.94	-5.84	-5.84
1378.61	592.78	1971.39	1069.77	2221.67	3.48	3.48
1406.62	567.91	1974.53	1217.57	2296.27	6.56	6.56
1467.16	567.47	1974.57	1220.20	2297.60	6.61	6.61
1617.02	379.44	1995.45	2349.75	2861.68	25.07	25.07
1757.63	297.67	2055.29	2859.65	3107.00	31.60	31.60
1827.93	277.64	2100.57	2991.62	3167.09	33.27	33.27
2168.15					2. ABLEITUNG < 0	
2168.63					2. ABLEITUNG < 0	

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 4
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1142.11 CS = 1255.42
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1139.71 CN = 1255.44
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
713.44	429.53	1142.97	2026.48	3281.88	0.00	0.00
796.59					2. ABLEITUNG < 0	

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
879.74					2. ABLEITUNG < 0	
962.88					2. ABLEITUNG < 0	
1046.03	330.18	1876.21	38.18	1716.40	-24.63	-24.63
1129.17	810.95	1943.13	147.78	1779.77	-21.16	-21.16
1212.32	772.92	1985.23	396.90	1915.23	-13.73	-13.73
1295.47	720.01	2015.48	789.47	2120.05	-3.55	-3.54
1378.61	654.29	2032.91	1305.28	2382.82	7.46	7.47
1461.62	629.84	2036.46	1499.19	2480.64	11.04	11.04
1547.13	629.40	2036.50	1502.57	2482.40	11.11	11.10
1617.02	444.56	2061.58	2982.39	3221.75	31.56	31.56
1707.63	374.85	2132.47	3561.63	3500.61	37.61	37.61
1827.93					2. ABLEITUNG < 0	
2135.19					2. ABLEITUNG < 0	
2138.63					2. ABLEITUNG < 0	

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 5
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1168.15 CS = 1275.52
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1160.59 CN = 1275.73
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.02

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
713.44	455.73	1169.17	2445.87	3721.37	0.00	0.01
796.59					2. ABLEITUNG < 0	
879.74					2. ABLEITUNG < 0	
962.88					2. ABLEITUNG < 0	
1046.03	872.17	1916.20	21.90	1735.72	-25.27	-25.26
1129.17	851.58	1980.75	156.23	1810.23	-21.24	-21.23
1212.32	813.83	2020.15	428.23	1961.28	-13.14	-13.13
1295.47	762.17	2057.64	874.61	2194.26	-2.01	-2.00
1378.61	698.11	2076.72	1493.36	2509.44	10.34	10.35
1461.62	674.08	2080.70	1731.38	2629.58	14.35	14.36
1547.13	673.69	2080.75	1735.69	2631.75	14.43	14.43
1617.02	492.17	2109.19	3552.43	3539.13	36.43	36.42
1707.63	436.20	2193.83	4131.38	3819.00	41.58	41.58
1827.93					2. ABLEITUNG < 0	
2138.19	680.22	2788.37	1217.25	2598.92	-4.07	-4.08
2138.63	680.19	2788.82	1217.52	2599.05	-4.07	-4.07

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 10
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1244.53 CS = 1335.38
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1221.64 CN = 1337.77
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.18

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
713.44	532.77	1246.22	4336.92	5672.26	0.00	0.04
796.59					2. ABLEITUNG < 0	
879.74					2. ABLEITUNG < 0	
962.88			< 0		2. ABLEITUNG < 0	

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
1046.03			< 0			
1129.17	963.26	2092.44	170.01	1905.73	-21.01	-20.88
1212.32	926.69	2139.01	528.42	2100.62	-11.27	-11.16
1295.47	878.14	2173.60	1126.91	2412.80	2.05	2.15
1378.61	818.13	2196.74	2045.77	2880.76	17.37	17.45
1406.62	795.47	2202.09	2438.34	3078.88	22.57	22.65
1407.10	795.05	2202.15	2445.54	3082.52	22.67	22.73
1617.02	629.91	2246.93	5684.91	4700.90	49.35	49.39
1757.63					2. ABLEITUNG < 0	
1827.93					2. ABLEITUNG < 0	
2108.15	844.75	2952.91	1094.57	2662.09	-8.71	-8.63
2108.63	844.68	2953.31	1096.89	2662.95	-8.66	-8.57

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 50
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1388.73 CS = 1451.00
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1342.28 CN = 1467.35
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 1.13

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
713.44					2. ABLEITUNG < 0	
796.59					2. ABLEITUNG < 0	
879.74			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
962.88			< 0			
1046.03			< 0			
1129.17	1163.34	2292.52	260.51	2117.58	-19.18	-18.40
1212.32	1130.98	2343.30	788.27	2404.55	-6.87	-6.19
1295.47	1089.20	2384.66	1717.27	2889.01	9.67	10.23
1378.61	1037.05	2415.66	3319.74	3704.95	28.77	29.21
1406.62	1016.99	2423.61	4081.50	4089.36	35.29	35.69
1407.10	1016.56	2423.66	4096.85	4097.20	35.41	35.80
1617.02					2. ABLEITUNG < 0	
1757.63					2. ABLEITUNG < 0	
1827.93					2. ABLEITUNG < 0	
2108.15	1091.68	3199.83	1100.82	2855.24	-10.62	-10.06
2108.63	1091.59	3200.23	1106.63	2857.40	-10.49	-9.92

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000
STANDARDABWEICHUNG DER NACHFRAGE SIGMA = 333.3
1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 10
3. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG LOR = 866.17
4. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG UPR = 1659.17 ≤ 2 * LOR
LUECKE IN KPHI

PROPORTIONALE PRODUKTIONSKOSTEN P = 1
PROPORTIONALE LAGERKOSTEN H = 1
PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 1
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 984.98 CS = 1064.99
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1000.00 CN = 1066.65
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.10

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
874.25	111.33	985.52	823.70	1888.67	0.00	0.06
938.44	75.92	1014.36	862.36	1924.08	0.17	0.22
1002.68	59.54	1062.22	885.46	1940.46	0.51	0.57
1066.92	49.35	1116.26	902.73	1950.65	0.88	0.93
1131.16	41.72	1172.88	915.07	1958.28	1.21	1.26
1195.40	35.37	1230.77	929.36	1964.63	1.51	1.57
1259.64	29.74	1289.38	940.53	1970.26	1.79	1.84
1323.88	24.56	1348.43	951.89	1975.44	2.05	2.10
1388.12	19.65	1407.78	960.68	1980.34	2.29	2.34
1452.36	14.97	1467.33	971.66	1985.03	2.52	2.57
1516.60	10.47	1527.07	979.05	1989.53	2.74	2.79
1580.84					2. ABLEITUNG < 0	
1645.08					2. ABLEITUNG < 0	
1733.33	-0.16	1733.17	1000.32	2000.16	3.27	3.31
1740.38	-1.30	1739.07	1002.59	2001.30	3.31	3.36
1965.57	-40.43	1865.13	1083.88	2040.43	5.32	5.36
2078.83	-126.69	1952.11	1303.29	2126.69	11.37	11.41
2165.42	-192.85	1972.57	1491.62	2192.85	16.59	16.64
2590.47	-604.32	1986.15	2713.01	2604.32	45.33	45.37
2598.50	-612.35	1986.15	2743.36	2612.35	45.81	45.84

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 2
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1023.75 CS = 1095.69
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1035.75 CN = 1096.48
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.07

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
874.25	150.48	1024.67	1663.38	2599.04	0.00	0.03
938.44					2. ABLEITUNG < 0	
1002.68			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1066.92			< 0			
1131.16			< 0			
1195.41			< 0			
1259.64	676.92	1936.56	172.32	1646.16	-22.97	-22.92
1323.88	613.76	1937.64	424.50	1772.48	-14.23	-14.19
1388.12	549.76	1937.88	680.42	1900.48	-6.54	-6.50
1452.36	485.56	1937.91	937.22	2028.89	0.20	0.24

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
1516.60	421.32	1937.92	1194.17	2157.36	6.14	6.18
1580.84	357.08	1937.92	1451.13	2285.84	11.42	11.45
1645.08	292.84	1937.92	1708.09	2414.32	16.13	16.16
1733.33	204.59	1937.93	2061.11	2590.81	21.87	21.88
1740.36	197.56	1937.92	2089.23	2604.89	22.27	22.30
1905.57	75.83	1981.40	2587.23	2848.33	29.32	29.33
2078.80	40.19	2118.99	2762.00	2919.63	32.15	32.16
2165.42	32.78	2198.19	2804.10	2934.45	32.90	32.92
2590.47	17.27	2607.74	2896.39	2965.46	34.62	34.65
2598.50	30.70	2629.20	2815.85	2938.60	33.13	33.13

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 3
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1048.15 CS = 1115.74
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1055.98 CN = 1116.11
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.03

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
874.20	175.22	1049.42	2358.62	3474.33	0.00	0.01
938.44					2. ABLEITUNG < 0	
1002.68			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1066.92			< 0			
1131.16			< 0			
1195.40	784.99	1980.39	107.42	1645.03	-25.64	-25.62
1259.64	724.96	1984.59	464.98	1825.13	-13.39	-13.37
1323.88	661.95	1985.83	842.31	2014.14	-2.78	-2.77
1388.12	597.99	1986.11	1225.97	2206.03	6.15	6.17
1452.36	533.79	1986.15	1611.14	2398.62	13.69	13.70
1516.60	469.56	1986.15	1996.56	2591.33	20.10	20.12
1580.84	405.32	1986.15	2382.00	2784.05	25.63	25.65
1645.08	341.08	1986.15	2767.44	2976.77	30.45	30.46
1733.33	252.83	1986.17	3296.93	3241.50	36.15	36.14
1740.36	245.79	1986.15	3339.13	3262.63	36.54	36.55
1905.57	135.12	2040.68	4015.56	3594.65	42.77	42.76
2078.80			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
2165.42			< 0			
2590.47	305.04	2895.51	3085.08	3084.89	36.17	36.19
2598.50	297.01	2895.51	3157.30	3108.98	37.47	37.45

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 4
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1065.79 CS = 1130.50
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1069.85 CN = 1130.60
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.01

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
874.20	193.20	1067.40	3096.72	4227.18	0.00	0.00
938.44			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1002.68			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1066.92			< 0			

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
1131.16			< 0			
1195.40	914.96	2016.35	252.08	1740.18	-20.50	-20.49
1259.64	755.59	2015.22	724.46	1977.66	-6.20	-6.20
1323.88	692.73	2016.66	1225.34	2228.85	5.72	5.73
1388.12	628.87	2016.99	1737.12	2484.52	15.42	15.42
1452.36	564.68	2017.04	2250.62	2741.29	23.34	23.34
1516.60	500.44	2017.04	2764.51	2998.23	29.91	29.91
1580.84	436.20	2017.04	3278.43	3255.19	35.44	35.45
1645.08	371.96	2017.04	3792.35	3512.15	40.17	40.17
1733.33	288.72	2017.05	4498.36	3865.12	45.64	45.63
1740.36	276.69	2017.05	4554.59	3893.24	46.02	46.03
1905.57					2. ABLEITUNG < 0	
2078.80			< 0			
2165.42			< 0			
2590.47	360.45	2951.82	4409.68	3558.18	55.59	55.59
2598.50	352.43	2950.93	4502.30	3590.29	56.89	56.88

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 5
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1079.53 CS = 1142.10
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1080.30 CN = 1142.10
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
874.20	207.20	1081.46	3821.65	4963.70	0.00	0.00
938.44			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1002.68			< 0			
1066.92			< 0			
1131.16			< 0			
1195.40	936.68	2032.07	371.47	1816.62	-16.66	-16.66
1259.64	777.90	2037.52	854.42	2110.06	-8.64	-8.64
1323.88	712.48	2036.28	1374.17	2423.00	12.31	12.31
1388.12	651.53	2039.60	2217.46	2742.35	22.51	22.51
1452.36	587.36	2039.72	2659.47	3063.27	30.63	30.63
1516.60	523.11	2039.71	3101.82	3384.44	37.21	37.21
1580.84	458.87	2039.71	4144.22	3705.64	42.66	42.66
1645.08	394.63	2039.71	4586.62	4026.84	47.23	47.23
1733.33	306.39	2039.72	5669.13	4468.06	52.47	52.44
1740.36	299.35	2039.72	5739.42	4503.21	52.81	52.81
1905.57					2. ABLEITUNG < 0	
2078.80			< 0			
2165.42			< 0			
2590.47	390.23	2986.74	3714.65	4018.62	70.62	70.62
2598.50	388.29	2986.79	3838.78	4058.76	71.93	71.93

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 10
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1121.58 CS = 1178.13
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1110.82 CN = 1179.06
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.08

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
874.20	250.85	1125.05	7313.42	8491.50	0.00	0.01
938.44			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1002.68			< 0			
1066.92			< 0			
1131.16			< 0			
1195.40	897.30	2092.70	707.55	2034.93	-7.33	-7.29
1259.64	841.68	2101.31	1796.22	2583.22	15.14	15.18
1323.88	780.11	2103.99	3025.27	3198.85	31.40	31.43
1388.12	716.48	2104.60	4297.58	3835.22	42.77	42.80
1452.36	652.33	2104.69	5580.48	4476.69	50.97	50.99
1516.60	588.10	2104.70	6865.12	5119.01	57.12	57.14
1580.84	523.86	2104.70	8149.91	5761.41	61.91	61.92
1645.08	459.62	2104.70	9434.72	6403.81	65.73	65.74
1733.33	371.38	2104.71	11199.64	7286.20	69.89	69.89
1740.36	364.35	2104.72	11340.20	7356.47	70.17	70.18
1905.57					2. ABLEITUNG < 0	
2078.80			< 0			
2165.42	876.35	3041.77	213.74	2236.80	-37.77	-37.73
2590.47	489.07	3079.54	11783.99	6109.32	112.17	112.18
2598.50	481.04	3079.54	12024.78	6189.59	113.32	113.32

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 50
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1210.34 CS = 1255.81
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1171.14 CN = 1274.49
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 1.49

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
874.20					2. ABLEITUNG < 0	
938.44			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1002.68			< 0			
1066.92			< 0			
1131.16	1053.93	2185.09	146.21	1844.61	-23.99	-22.98
1195.40	1013.09	2208.48	1287.82	2428.59	4.74	5.51
1259.64	963.33	2222.97	3643.65	3614.67	35.54	36.06
1323.88	906.06	2229.94	7348.26	5770.63	59.50	59.82
1388.12	843.96	2232.08	14008.81	8801.88	73.42	73.64
1452.36	780.07	2232.42	23338.09	11996.65	80.50	80.66
1516.60	715.86	2232.45	26819.07	15207.15	84.62	84.74
1580.84	651.62	2232.46	33242.97	18419.10	87.30	87.40
1645.08	587.38	2232.46	39666.98	21631.10	89.18	89.27
1733.33	499.18	2232.51	48487.60	26040.95	91.03	91.09
1740.36	492.16	2232.52	49183.74	26392.02	91.14	91.21
1905.57			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
2078.80			< 0			
2165.42	1008.19	3173.61	742.46	2519.81	-20.70	-19.96
2590.47	662.42	3252.89	46855.99	17878.76	169.10	169.20
2598.50	654.41	3252.91	48058.52	18279.63	169.79	169.88

TABELLE 1. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000
STANDARDABWEICHUNG DER NACHFRAGE SIGMA = 124.5
1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 10
3. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG LOR = 799.25
4. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG UPR = 2003.75 > 2 * LOR
PROPORTIONALE PRODUKTIONSKOSTEN P = 1
PROPORTIONALE LAGERKOSTEN H = 1
PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 1
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 977.47 CS = 1097.49
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1000.00 CN = 1099.07
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.14

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
811.29	166.99	978.28	735.55	1833.01	0.00	0.09
907.65	113.88	1021.54	793.54	1886.12	0.26	0.34
1004.02	89.31	1093.33	828.19	1910.69	0.78	0.87
1100.38	74.02	1174.40	854.10	1925.98	1.33	1.41
1196.74	62.58	1259.32	875.46	1937.42	1.83	1.92
1293.10	53.06	1346.16	894.84	1946.94	2.29	2.37
1389.46	44.62	1434.07	910.80	1955.38	2.71	2.79
1485.82	36.84	1522.65	926.33	1963.16	3.09	3.17
1582.18	27.92	1610.10	944.16	1972.08	3.53	3.61
1599.50	16.98	1616.48	966.53	1983.02	4.07	4.13
1610.54	8.25	1618.79	983.50	1991.75	4.48	4.56
1758.35	-31.77	1726.58	1064.36	2031.77	6.39	6.46
1918.25	-82.64	1835.56	1176.27	2082.64	9.18	9.25
1998.12	-118.86	1879.27	1265.19	2118.86	11.51	11.58
2385.70	-412.61	1973.10	2100.76	2412.61	32.56	32.63
2397.75	-423.98	1973.77	2134.58	2423.98	33.34	33.40

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 2
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1035.63 CS = 1143.54
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1053.63 CN = 1144.72
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.10

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
811.29	225.72	1037.01	1405.36	2548.57	0.00	0.05
907.65					2. ABLEITUNG < 0	
1004.02			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1100.38			< 0			
1196.74	687.09	1883.83	81.99	1625.82	-24.62	-24.55
1293.10	606.19	1899.29	397.91	1787.62	-13.77	-13.70
1389.46	515.38	1904.84	758.47	1969.24	-3.41	-3.35
1485.82	420.64	1906.46	1136.75	2158.72	5.63	5.69
1582.18	324.64	1906.82	1520.63	2350.72	13.33	13.38
1599.50	307.35	1906.85	1589.82	2385.30	14.61	14.64
1610.54	296.32	1906.86	1633.96	2407.37	15.38	15.42

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
1758.35	165.71	1924.06	2159.87	2668.58	23.81	23.83
1918.20	94.41	2012.61	2469.34	2811.18	28.54	28.56
1998.12	76.82	2074.94	2555.38	2846.37	29.95	29.99
2385.70	41.27	2426.97	2752.65	2917.47	33.55	33.59
2397.75	40.69	2438.44	2756.09	2918.62	33.63	33.65

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 3
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1072.22 CS = 1173.62
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1083.97 CN = 1174.17
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.05

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
811.29	262.84	1074.13	2037.93	3211.49	0.00	0.02
807.65					2. ABLEITUNG < 0	
1004.02			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1100.38			< 0			
1196.74	756.72	1953.45	197.00	1729.84	-20.77	-20.73
1293.10	677.48	1970.58	661.13	1967.55	-6.75	-6.72
1389.46	587.43	1976.89	1197.47	2237.70	5.96	5.99
1485.82	492.93	1978.75	1763.46	2521.20	16.50	16.52
1582.18	396.99	1979.16	2338.95	2809.04	25.04	25.06
1599.50	379.70	1979.20	2442.72	2860.89	26.43	26.42
1610.54	368.67	1979.21	2508.91	2893.99	27.25	27.27
1758.35	241.06	1999.41	3279.47	3276.81	35.92	35.91
1918.20					2. ABLEITUNG < 0	
1998.12					2. ABLEITUNG < 0	
2385.70	445.17	2830.87	1746.23	2664.49	9.58	9.60
2397.75	434.51	2832.25	1841.22	2696.48	11.83	11.82

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 4
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1098.69 CS = 1195.75
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1104.78 CN = 1195.91
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.01

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
811.29	289.81	1101.10	2645.09	3840.78	0.00	0.01
807.65					2. ABLEITUNG < 0	
1004.02			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1100.38			< 0			
1196.74	799.30	1996.04	279.08	1802.80	-18.19	-18.18
1293.10	722.43	2015.53	879.48	2110.27	-1.66	-1.65
1389.46	633.38	2022.83	1586.69	2466.49	12.81	12.82
1485.82	539.18	2025.00	2338.91	2843.28	24.32	24.32
1582.18	443.30	2025.48	3105.67	3226.78	33.30	33.31
1599.50	426.02	2025.52	3243.99	3295.90	34.72	34.71
1610.54	414.99	2025.54	3332.23	3340.02	35.57	35.57
1758.35	291.16	2049.51	4329.01	3835.36	44.06	44.05
1918.20					2. ABLEITUNG < 0	

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
1998.12				2. ABLEITUNG < 0		
2385.70	528.84	2914.54	2259.87	2884.66	19.80	19.80
2397.75	518.10	2915.85	2387.71	2927.61	22.42	22.40

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 5
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1119.29 CS = 1213.15
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1120.44 CN = 1213.15
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
811.29	310.89	1122.18	3232.47	4445.55	0.00	0.00
907.65				2. ABLEITUNG < 0		
1004.02			< 0			
1100.38			< 0			
1196.74	829.60	2026.34	333.15	1853.89	-16.59	-16.59
1293.10	755.02	2048.11	1057.74	2224.92	2.07	2.07
1389.46	666.98	2056.44	1931.63	2665.09	18.00	18.00
1485.82	573.10	2058.92	2868.75	3134.50	30.23	30.23
1582.18	477.30	2059.47	3826.49	3613.52	39.47	39.47
1599.50	460.02	2059.52	3999.35	3699.91	40.91	40.88
1610.54	448.99	2059.54	4109.62	3755.05	41.75	41.75
1758.35	329.14	2087.49	5315.13	4354.30	49.95	49.92
1918.20				2. ABLEITUNG < 0		
1998.12				2. ABLEITUNG < 0		
2385.70	581.92	2967.62	2771.30	3090.41	28.93	28.93
2397.75	571.24	2968.99	2933.03	3143.79	31.82	31.78

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 10
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1182.37 CS = 1267.19
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1166.23 CN = 1268.58
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.11

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
811.29	376.27	1187.57	5970.13	7237.25	0.00	0.02
907.65			< 0	2. ABLEITUNG < 0		
1004.02			< 0			
1100.38			< 0			
1196.74	914.74	2111.47	467.75	1992.73	-12.94	-12.87
1293.10	845.95	2139.05	1561.33	2552.39	10.82	10.87
1389.46	762.52	2151.97	3194.33	3374.83	32.20	32.24
1485.82	670.17	2156.99	5037.90	4298.28	46.69	46.72
1582.18	574.72	2156.89	6946.37	5252.83	56.36	56.39
1599.50	557.47	2156.97	7291.56	5425.32	57.77	57.78
1610.54	546.45	2157.00	7511.89	5535.49	58.60	58.62
1758.35				2. ABLEITUNG < 0		
1918.20				2. ABLEITUNG < 0		
1998.12			< 0	2. ABLEITUNG < 0		
2385.70	715.72	3101.43	4733.92	3842.77	56.17	56.20
2397.75	705.60	3103.35	5035.13	3944.02	59.82	59.82

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 50
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1315.52 CS = 1383.72
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1256.71 CN = 1411.73
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 2.02

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
811.23					2. ABLEITUNG < 0	
907.65			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1004.02			< 0			
1100.38			< 0			
1196.74	1080.90	2277.63	719.31	2266.91	-7.23	-5.99
1293.10	1019.63	2312.73	2431.73	3142.89	21.40	22.29
1389.46	945.00	2334.46	5965.47	4922.01	49.31	49.88
1485.82	859.09	2344.91	12422.39	8155.95	69.28	69.62
1582.18	765.94	2348.12	21513.22	12702.83	80.25	80.47
1599.50	748.89	2348.39	23219.83	13555.50	81.51	81.71
1610.54	737.95	2348.49	24313.85	14102.55	82.22	82.42
1838.27					2. ABLEITUNG < 0	
1998.12			< 0			
2078.05	1069.87	3147.91	63.18	2391.08	-39.42	-38.32
2365.70	936.12	3321.83	8319.70	5195.66	86.76	87.30
2396.75	928.97	3325.72	9004.92	5424.00	91.56	92.05

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000
STANDARDABWEICHUNG DER NACHFRAGE SIGMA = 166.0
1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 2
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 10
3. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG LOR = 732.33
4. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG UPR = 2338.33 > 2 * LOR
PROPORTIONALE PRODUKTIONSKOSTEN P = 1
PROPORTIONALE LAGERKOSTEN H = 1
PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 1
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 969.96 CS = 1129.98
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1000.00 CN = 1132.09
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.19

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
748.39	222.65	971.04	647.39	1777.35	0.00	0.12
876.87	151.85	1028.72	724.72	1848.15	0.35	0.47
1005.35	119.09	1124.43	773.92	1880.92	1.05	1.17
1133.83	98.70	1232.53	805.47	1901.30	1.80	1.91
1262.31	83.45	1345.76	833.94	1916.55	2.47	2.58
1390.79	70.75	1461.54	858.72	1929.25	3.08	3.19
1519.27	55.72	1521.39	885.62	1944.28	3.82	3.92
1647.73	48.20	1528.93	903.47	1951.80	4.18	4.29
1776.21	-42.12	1642.25	1084.75	2042.12	8.46	8.55
1904.69	-87.37	1743.47	1182.29	2087.37	10.77	10.88
2033.17	-115.46	1788.60	1247.49	2115.46	12.39	12.48
2161.64	-269.50	1911.44	1651.36	2269.50	22.55	22.65
2290.12	-280.22	1919.78	1681.34	2280.22	23.30	23.38

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 2
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1047.51 CS = 1191.39
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1071.50 CN = 1192.96
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.13

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
748.39	300.96	1049.35	1266.75	2398.09	0.00	0.07
876.87					2. ABLEITUNG < 0	
1005.35					2. ABLEITUNG < 0	
1133.83	661.94	1795.77	145.90	1676.12	-20.22	-20.12
1262.31	582.82	1845.14	442.51	1834.35	-10.93	-10.84
1390.79	474.94	1866.74	863.78	2050.11	0.25	0.32
1519.27	405.35	1871.02	1130.60	2189.29	6.50	6.54
1647.73	391.01	1871.74	1196.63	2217.97	7.67	7.74
1776.21	216.24	1900.61	1899.36	2567.52	20.40	20.44
1904.69	144.41	1979.25	2206.38	2711.17	25.35	25.41
2033.17	122.41	2026.47	2308.90	2755.18	27.06	27.10
2161.64	77.98	2258.92	2537.35	2844.04	31.11	31.16
2290.12	76.50	2272.50	2545.64	2847.00	31.28	31.31

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 3
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1096.30 CS = 1231.49
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1111.97 CN = 1232.23
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.06

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
748.39	350.45	1098.84	1717.23	2948.66	0.00	0.03
876.87					2. ABLEITUNG < 0	
1005.35					2. ABLEITUNG < 0	
1133.83	752.96	1886.79	161.62	1741.36	-20.00	-19.96
1262.31	675.63	1937.94	595.97	1973.11	-7.38	-7.34
1390.79	569.98	1960.78	1214.83	2290.05	6.82	6.86
1465.67	501.11	1966.78	1624.33	2496.67	14.41	14.41
1480.73	486.87	1967.60	1709.27	2539.39	15.81	15.84
1684.37	317.07	2001.44	2733.01	3048.78	30.06	30.05
1830.83	267.93	2098.76	3046.62	3196.20	33.85	33.87
1904.07					2. ABLEITUNG < 0	
2180.94	471.94	2652.88	1470.63	2584.18	4.56	4.59
2196.00	469.10	2665.10	1494.53	2592.70	5.17	5.16

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 4
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1131.59 CS = 1261.00
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1139.71 CN = 1261.21
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.02

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
748.39	386.41	1134.80	2193.45	3454.37	0.00	0.01
876.87					2. ABLEITUNG < 0	
1005.35			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1133.83	806.33	1940.17	172.90	1786.39	-19.73	-19.72
1262.31	732.40	1994.72	705.42	2070.39	-5.02	-5.01
1390.79	629.91	2020.70	1505.96	2480.36	11.55	11.56
1465.47	562.17	2027.64	2042.98	2751.31	20.09	20.10
1465.67	561.97	2027.64	2044.56	2752.12	20.13	20.11
1684.37	384.33	2068.70	3470.94	3462.68	36.67	36.66
1830.83					2. ABLEITUNG < 0	
1904.07					2. ABLEITUNG < 0	
2196.00	592.90	2788.90	1429.74	2628.41	2.39	2.37
2196.20	592.82	2789.02	1430.61	2628.71	2.39	2.40

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 5
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1159.05 CS = 1284.20
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1160.59 CN = 1284.21
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
748.39	414.52	1162.91	2643.30	3927.40	0.00	0.00
876.87					2. ABLEITUNG < 0	
1005.35			< 0			
1133.83	844.79	1978.62	181.00	1820.48	-19.52	-19.52
1262.31	772.80	2035.11	777.53	2138.52	-3.59	-3.59
1390.79	673.35	2064.15	1743.65	2633.23	14.99	14.99
1465.47	606.57	2072.04	2405.44	2967.15	24.35	24.35
1465.67	606.37	2072.03	2407.43	2968.16	24.41	24.37

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
1684.37	435.48	2119.84	4121.38	3822.62	41.45	41.42
1830.83					2. ABLEITUNG < 0	
1964.07					2. ABLEITUNG < 0	
2196.00	662.32	2858.32	1485.99	2688.42	3.08	3.03
2196.20	662.23	2858.43	1487.14	2688.83	3.07	3.07

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 10
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1243.17 CS = 1356.26
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1221.64 CN = 1358.11
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.14

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
748.39	961.76	1256.39	4626.84	5983.00	0.00	0.03
876.87					2. ABLEITUNG < 0	
1035.35			< 0			
1133.83	954.42	2088.26	265.62	1923.22	-18.79	-18.69
1262.31	886.32	2148.63	956.39	2323.65	-0.45	-0.37
1390.79	794.60	2185.40	2415.11	3069.85	22.85	22.91
1465.47	732.02	2197.49	3624.14	3679.84	35.34	35.39
1465.67	731.81	2197.48	3628.17	3681.88	35.41	35.42
1684.37					2. ABLEITUNG < 0	
1830.83					2. ABLEITUNG < 0	
1964.07					2. ABLEITUNG < 0	
2196.00	817.03	3013.03	1583.14	2866.64	6.06	6.08
2196.20	816.95	3013.15	1586.71	2867.91	6.10	6.17

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 30
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1420.69 CS = 1511.63
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1342.28 CN = 1548.97
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 2.47

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
748.39					2. ABLEITUNG < 0	
876.87					2. ABLEITUNG < 0	
1035.35			< 0			
1133.83	1170.05	2303.88	268.51	2143.75	-16.96	-15.22
1262.31	1107.87	2370.18	1292.41	2689.22	4.27	5.66
1390.79	1026.17	2416.97	3575.64	3857.19	31.89	32.86
1465.47	970.49	2435.96	5916.49	5037.45	47.46	48.20
1465.67	970.22	2435.89	5924.45	5041.59	47.53	48.23
1684.37					2. ABLEITUNG < 0	
1830.83					2. ABLEITUNG < 0	
1964.07					2. ABLEITUNG < 0	
2196.00	1069.32	3265.32	1953.15	3166.40	9.48	10.60
2196.20	1069.26	3265.46	1956.13	3167.45	9.48	10.66

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000
STANDARDABWEICHUNG DER NACHFRAGE SIGMA = 83.0
1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 5
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
3. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG LOR = 628.81
4. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG UPR = 1148.47 ≤ 2 * LOR
LUECKE IN KPHI

PROPORTIONALE PRODUKTIONSKOSTEN P = 1
PROPORTIONALE LAGERKOSTEN H = 1
PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 1
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1011.05 CS = 1067.07
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1000.00 CN = 1067.61
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.05

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
634.01	377.04	1011.05	555.89	1622.96	0.00	0.03
675.58	335.47	1011.05	597.46	1664.53	0.00	0.03
717.16	293.98	1011.13	638.97	1706.02	0.00	0.03
758.73	252.84	1011.57	680.19	1747.16	0.01	0.04
800.30	212.65	1012.95	720.78	1787.35	0.03	0.06
841.87	174.26	1016.13	760.30	1825.74	0.09	0.12
883.45	138.65	1022.09	798.41	1861.35	0.22	0.25
925.02	106.67	1031.69	834.89	1893.33	0.46	0.48
966.59	78.83	1045.43	869.66	1921.17	0.81	0.84
1008.17	55.17	1063.33	902.74	1944.83	1.28	1.31
1049.74	35.32	1085.06	934.10	1964.68	1.86	1.88
1091.31	18.71	1110.02	963.54	1981.29	2.49	2.52
1132.89	4.70	1137.58	990.62	1995.30	3.13	3.15
1258.63	-110.15	1148.47	1220.30	2110.15	8.39	8.42
1262.82	-114.35	1148.47	1228.69	2114.35	8.58	8.61
1446.27	-13.12	1433.15	1026.24	2013.12	3.98	4.01
1572.03	-22.70	1549.33	1045.40	2022.70	4.44	4.46
1634.91	-27.92	1606.99	1055.85	2027.92	4.68	4.71
1881.24	-55.97	1825.27	1113.50	2055.97	6.06	6.09
1885.44	-56.68	1828.76	1115.03	2056.68	6.09	6.12

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 2
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1046.93 CS = 1086.02
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1035.75 CN = 1086.91
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.08

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
634.01	412.92	1046.93	1088.13	2174.15	0.00	0.04
675.58	371.36	1046.94	1171.27	2257.29	0.00	0.04
717.16	329.88	1047.04	1254.24	2340.24	0.00	0.04
758.73	288.86	1047.59	1336.46	2422.28	0.01	0.05
800.30	249.03	1049.34	1416.89	2501.93	0.04	0.07
841.87	211.52	1053.40	1494.12	2576.95	0.12	0.16
883.45	177.72	1061.16	1566.46	2644.57	0.30	0.33
925.02	149.19	1074.21	1631.51	2701.62	0.59	0.62
966.59	128.25	1094.85	1683.68	2743.49	0.96	0.99
1008.17					2. ABLEITUNG < 0	

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
1049.74			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1091.31			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1132.89			< 0			
1258.63	696.51	1955.13	80.99	1606.99	-27.38	-27.33
1262.82	692.31	1955.14	97.76	1615.38	-26.72	-26.66
1446.27	508.87	1955.14	831.51	1982.25	-3.27	-3.22
1572.03	383.22	1955.25	1334.17	2233.57	8.36	8.40
1634.91	320.83	1955.75	1583.86	2358.33	13.21	13.25
1885.44	106.99	1992.43	2457.43	2786.02	27.19	27.22
1886.18	106.54	1992.72	2459.37	2786.92	27.22	27.25

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 3
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1064.72 CS = 1096.10
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1065.98 CN = 1096.81
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.06

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
634.01	430.72	1064.72	1611.75	2707.85	-0.00	0.03
675.58	389.15	1064.73	1736.46	2832.56	0.00	0.03
717.16	347.69	1064.84	1861.87	2956.93	0.00	0.03
758.73	306.75	1065.48	1983.35	3079.74	0.01	0.03
800.30	267.21	1067.51	2103.75	3198.38	0.05	0.07
841.87	230.39	1072.27	2217.44	3308.83	0.14	0.16
883.45	198.13	1081.57	2320.38	3405.62	0.34	0.36
925.02	173.20	1098.22	2406.15	3480.41	0.63	0.65
966.59					2. ABLEITUNG < 0	
1008.17			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1049.74			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1091.31			< 0			
1132.89			< 0			
1257.89	751.31	2009.20	303.96	1746.36	-19.83	-19.79
1258.63	750.57	2009.20	308.36	1748.57	-19.68	-19.64
1572.03	437.27	2009.31	2187.63	2688.18	22.15	22.18
1886.18	161.63	2047.81	3968.79	3515.11	41.24	41.26

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 4
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1075.78 CS = 1102.57
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1069.85 CN = 1102.06
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.04

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
634.01	441.77	1076.78	2130.33	3232.90	0.00	0.01
675.58	400.21	1075.79	2296.00	3399.17	0.00	0.01
717.16	358.76	1075.92	2462.43	3564.95	0.00	0.01
758.73	317.90	1076.63	2626.25	3728.41	0.01	0.02
800.30	278.59	1078.89	2785.02	3885.65	0.05	0.06
841.87	242.39	1084.26	2934.09	4030.46	0.15	0.16
883.45	211.62	1095.06	3065.71	4153.53	0.35	0.36

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
925.02	191.38	1116.40	3157.65	4234.48	0.61	0.62
966.59			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1008.17			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1049.74			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1091.31			< 0			
1132.89			< 0			
1257.89	781.55	2039.43	526.48	1875.14	-13.12	-13.10
1258.63	780.81	2039.43	532.31	1878.05	-12.95	-12.93
1446.27	593.21	2039.48	2030.57	2627.17	19.26	19.27
1572.03	467.56	2039.60	3035.79	3129.74	32.23	32.24
1634.91	405.19	2040.10	3535.11	3379.24	37.24	37.25
1885.44	196.17	2081.61	5241.54	4215.32	50.50	50.51
1886.18	195.81	2081.99	5244.70	4216.77	50.52	50.53

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 5
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1083.48 CS = 1107.16
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1080.30 CN = 1107.29
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.01

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
634.01	449.47	1083.48	2645.47	3752.63	0.00	0.00
675.58	407.91	1083.49	2853.30	3960.46	0.00	0.00
717.16	366.47	1083.63	3060.53	4167.64	0.00	0.00
758.73	325.67	1084.40	3264.99	4371.64	0.01	0.01
800.30	286.57	1086.88	3462.38	4567.13	0.05	0.06
841.87	250.94	1092.81	3645.79	4745.31	0.16	0.16
883.45	221.72	1105.17	3801.98	4891.40	0.36	0.37
925.02					2. ABLEITUNG < 0	
966.59			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1008.17			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1049.74			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1091.31			< 0			
1132.89			< 0			
1257.89	801.89	2059.78	738.85	1993.79	-7.41	-7.41
1258.63	801.15	2059.78	746.05	1997.39	-7.19	-7.21
1446.27	613.56	2059.83	2615.74	2932.21	26.98	26.97
1572.03	487.92	2059.95	3872.17	3560.39	39.85	39.86
1634.91	425.59	2060.50	4495.93	3872.07	44.72	44.71
1885.44	221.39	2106.83	6578.38	4893.03	57.08	57.07
1886.18	221.06	2107.24	6581.94	4894.68	57.09	57.09

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 10
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1102.91 CS = 1119.05
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1110.82 CN = 1120.22
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.10

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
634.01	468.90	1102.91	5191.98	6311.03	0.00	0.02
675.58	427.33	1102.91	5607.53	6726.68	0.00	0.02
717.16	385.94	1103.10	6021.55	7140.60	0.00	0.02
758.73	345.39	1104.12	6428.06	7546.10	0.01	0.03
800.30	307.16	1107.46	6814.55	7928.37	0.05	0.07
841.87	274.19	1116.06	7153.39	8258.11	0.17	0.19
883.45					2. ABLEITUNG < 0	
925.02			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
966.59			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1008.17			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1049.74			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1091.31			< 0			
1132.89			< 0			
1257.89	852.79	2110.67	1679.59	2497.49	12.06	12.10
1298.63	852.00	2110.68	1693.25	2504.31	12.35	12.34
1572.03	538.86	2110.89	7907.79	5611.45	60.87	60.89
1886.18					2. ABLEITUNG < 0	

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 50
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1128.70 CS = 1135.47
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1171.14 CN = 1171.14
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 3.14

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
634.01	494.69	1128.70	25129.86	26265.43	0.00	0.14
675.58	453.14	1128.72	27207.77	28343.22	0.00	0.13
717.16	411.93	1128.09	29268.59	30403.51	0.00	0.12
758.73	372.53	1131.26	31242.85	32373.41	0.02	0.13
800.30	340.79	1141.09	32844.84	33960.66	0.05	0.16
841.87					2. ABLEITUNG < 0	
883.45					2. ABLEITUNG < 0	
925.02			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
966.59			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1008.17			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1049.74			< 0			
1091.31			< 0			
1132.89			< 0			
1257.89	926.98	2184.86	6995.83	5209.25	56.09	56.78
1298.63	926.29	2184.92	7050.21	5236.29	56.51	57.01
1572.03	613.77	2185.80	37203.64	20311.55	88.76	88.93
1885.44					2. ABLEITUNG < 0	
1886.18					2. ABLEITUNG < 0	

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000
STANDARDABWEICHUNG DER NACHFRAGE SIGMA = 124.5
1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 5
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
3. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG LOR = 443.22
4. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG UPR = 1222.71 > 2 * LOR
PROPORTIONALE PRODUKTIONSKOSTEN P = 1
PROPORTIONALE LAGERKOSTEN H = 1
PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 1
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1016.58 CS = 1100.60
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1000.00 CN = 1101.41
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.07

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
451.01	565.56	1016.58	333.86	1434.46	-0.00	0.06
513.37	503.21	1016.58	396.19	1496.79	0.00	0.05
575.73	440.97	1016.70	458.45	1559.03	0.00	0.05
638.09	379.26	1017.35	520.29	1620.74	0.01	0.06
700.45	318.97	1019.42	581.17	1681.03	0.04	0.09
762.81	261.39	1024.20	640.46	1738.61	0.14	0.19
825.17	207.97	1033.14	697.62	1792.03	0.35	0.39
886.83	160.51	1047.34	751.73	1839.49	0.70	0.74
887.44	160.07	1047.50	752.31	1839.93	0.70	0.75
1019.40	79.07	1098.47	859.63	1920.93	2.04	2.09
1108.05	39.07	1147.12	925.22	1960.93	3.31	3.35
1152.37	22.59	1174.96	955.64	1977.41	3.98	4.03
1328.66	-31.71	1296.94	1063.43	2031.71	6.51	6.55
1329.27	-31.76	1297.50	1063.53	2031.76	6.51	6.55

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 2
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1070.40 CS = 1129.03
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1053.63 CN = 1130.36
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.12

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
451.01	619.39	1070.40	632.45	1761.49	0.00	0.08
513.37	557.03	1070.41	756.92	1885.95	0.00	0.07
575.73	494.82	1070.55	881.36	2010.36	0.00	0.07
638.09	433.29	1071.38	1004.70	2133.42	0.01	0.08
700.45	373.55	1074.00	1125.34	2252.90	0.07	0.12
762.81	317.29	1080.10	1241.19	2365.43	0.20	0.26
825.17	266.57	1091.74	1349.70	2466.85	0.48	0.54
886.83	224.21	1111.04	1446.24	2551.57	0.93	0.98
887.44	223.86	1111.30	1447.14	2552.28	0.93	0.99
1019.40					2. ABLEITUNG < 0	
1108.05			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1152.37			< 0			
1328.66	604.14	1932.80	384.27	1791.87	-15.55	-15.48
1329.27	603.54	1932.80	386.69	1793.08	-15.47	-15.39

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 3
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1097.09 CS = 1144.15
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1083.97 CN = 1145.21
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.09

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
451.01	646.07	1097.09	916.42	2062.57	0.00	0.05
513.37	583.72	1097.09	1104.78	2248.93	0.00	0.05
575.73	521.53	1097.27	1291.30	2435.41	0.00	0.06
638.09	460.13	1098.22	1475.93	2619.61	0.02	0.06
700.45	400.81	1101.26	1655.62	2797.57	0.08	0.12
762.81	345.59	1108.40	1826.17	2963.24	0.24	0.27
825.17	297.19	1122.36	1981.47	3108.43	0.55	0.59
886.83	260.13	1146.96	2108.05	3219.61	1.01	1.05
887.44	259.89	1147.33	2108.05	3220.32	1.02	1.05
1019.45			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1138.05			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1152.37			< 0			
1328.66	685.25	2013.91	609.74	1946.42	-9.89	-9.84
1329.27	684.65	2013.91	613.30	1948.21	-9.79	-9.74

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 4
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1113.68 CS = 1153.86
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1104.78 CN = 1154.44
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.05

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
451.01	662.66	1113.68	1197.04	2350.90	0.00	0.03
513.37	606.31	1113.69	1445.12	2598.98	0.00	0.02
575.73	538.14	1113.87	1693.65	2847.44	0.00	0.02
638.09	476.83	1114.94	1939.37	3092.62	0.02	0.04
700.45	417.88	1118.33	2177.53	3328.47	0.09	0.11
762.81	363.58	1126.39	2401.13	3545.69	0.26	0.28
825.17	317.43	1142.60	2598.66	3730.30	0.59	0.61
886.83	287.24	1174.07	2735.06	3851.04	1.00	1.01
887.44	287.15	1174.59	2736.11	3851.38	1.00	1.02
1019.45			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1138.05			< 0			
1152.37			< 0			
1328.66	736.62	2059.27	833.84	2084.74	-4.65	-4.63
1329.27	736.02	2059.28	838.51	2087.06	-4.54	-4.51

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 5
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1125.22 CS = 1160.75
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1120.44 CN = 1160.84
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.02

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
451.01	674.21	1125.22	1470.70	2631.44	0.00	0.01
513.37	611.86	1125.23	1780.36	2941.10	0.00	0.01
575.73	549.71	1125.44	2090.83	3251.49	0.00	0.01
638.09	488.51	1126.60	2397.49	3557.47	0.02	0.03
700.45	429.86	1130.31	2693.58	3850.60	0.09	0.10
762.81	376.41	1139.22	2968.69	4117.96	0.28	0.28

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
825.17	332.58	1157.75	3202.97	4337.10	0.61	0.62
886.83					2. ABLEITUNG < 0	
887.44					2. ABLEITUNG < 0	
1019.40			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1108.05			< 0			
1152.37			< 0			
1328.66	761.15	2089.81	1045.96	2209.48	-0.10	-0.12
1329.27	760.56	2089.82	1051.67	2212.32	0.00	0.01

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 10
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1154.36 CS = 1178.58
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1166.23 CN = 1180.33
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.15

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
451.01	703.34	1154.36	2796.99	3975.57	0.00	0.04
513.37	641.00	1154.37	3413.31	4591.89	0.00	0.04
575.73	578.91	1154.64	4032.69	5211.11	0.00	0.04
638.09	518.08	1156.18	4642.10	5819.16	0.03	0.06
700.45	460.74	1161.20	5221.09	6392.56	0.11	0.14
762.81	411.28	1174.09	5730.11	6887.20	0.31	0.34
825.17					2. ABLEITUNG < 0	
886.83					2. ABLEITUNG < 0	
887.44					2. ABLEITUNG < 0	
1019.40			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1108.05			< 0			
1152.37			< 0			
1328.66	837.61	2166.27	1958.57	2715.64	15.57	15.58
1329.27	837.04	2166.30	1968.91	2720.78	15.68	15.75

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 50
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1193.05 CS = 1203.20
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1256.71 CN = 1256.71
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 4.45

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
451.01	742.04	1193.05	12786.57	13989.77	-0.00	0.38
513.37	679.70	1193.08	15835.96	17039.14	0.00	0.31
575.73	617.89	1193.62	18907.27	20109.66	0.00	0.27
638.09	558.79	1196.88	21865.03	23060.87	0.03	0.26
700.45	511.15	1211.60	24268.71	25442.43	0.12	0.33
762.81					2. ABLEITUNG < 0	
825.17					2. ABLEITUNG < 0	
886.83					2. ABLEITUNG < 0	
887.44					2. ABLEITUNG < 0	
1019.40			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1108.05			< 0			
1152.37			< 0			

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
1328.66	949.49	2278.15	6613.70	5125.08	52.84	53.68
1329.27	949.01	2278.28	6652.92	5141.32	52.80	53.84

MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000
STANDARDABWEICHUNG DER NACHFRAGE SIGMA = 166.0
1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 5
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
3. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG LOR = 257.63
4. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG UPR = 1296.95 > 2 * LOR
PROPORTIONALE PRODUKTIONSKOSTEN P = 1
PROPORTIONALE LAGERKOSTEN H = 1
PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 1
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1022.10 CS = 1134.14
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1050.00 CN = 1135.22
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.10

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
268.02	754.08	1022.10	128.05	1262.13	0.00	0.09
351.16	670.94	1022.11	200.81	1334.94	0.00	0.08
434.31	587.95	1022.26	273.59	1413.71	0.00	0.08
515.77	507.32	1023.09	353.08	1493.01	0.01	0.09
516.25	506.83	1023.08	359.62	1493.50	0.01	0.09
592.54	432.93	1025.47	433.86	1567.11	0.05	0.12
644.06	384.56	1028.62	483.23	1615.45	0.12	0.19
669.83	360.99	1031.82	507.54	1639.01	0.16	0.23
771.88	273.25	1046.08	601.35	1726.80	0.49	0.56
772.36	272.81	1046.16	601.75	1727.19	0.50	0.57

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 2
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1093.37 CS = 1172.05
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1071.50 CN = 1173.82
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.15

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
268.02	825.85	1093.87	227.01	1399.05	0.00	0.13
351.16	742.71	1093.88	364.02	1536.06	0.00	0.12
434.31	659.75	1094.06	516.07	1688.07	0.00	0.11
515.77	579.32	1095.09	671.84	1843.50	0.02	0.12
516.25	578.85	1095.10	672.85	1844.41	0.02	0.12
592.54	505.56	1098.10	819.36	1989.36	0.08	0.17
644.06	458.01	1102.07	915.83	2084.12	0.18	0.27
669.83	435.08	1104.91	963.27	2129.90	0.25	0.33
771.88	351.56	1123.44	1141.46	2296.88	0.72	0.85
772.36	351.17	1123.53	1142.27	2297.66	0.72	0.86

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 3
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1129.45 CS = 1192.20
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1111.97 CN = 1193.62
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.12

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
268.02	861.43	1129.45	317.02	1509.22	0.00	0.09
351.16	778.29	1129.46	515.12	1707.32	0.00	0.08
434.31	695.35	1129.66	738.02	1930.16	0.00	0.08
515.77	615.07	1130.84	968.34	2159.98	0.03	0.09
516.25	614.61	1130.86	969.70	2161.32	0.03	0.09
592.54	541.79	1134.33	1186.45	2376.03	0.11	0.17
644.06	494.87	1138.93	1329.26	2515.90	0.22	0.28
669.83	472.42	1142.25	1398.69	2583.01	0.31	0.36
771.88	392.53	1164.41	1654.18	2822.42	0.85	0.90
772.36	392.14	1164.50	1655.42	2823.59	0.85	0.90

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 4
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1151.57 CS = 1205.14
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1139.71 CN = 1205.93
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.07

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
268.02	883.55	1151.57	401.34	1607.08	0.00	0.05
351.16	806.41	1151.58	659.31	1864.45	0.00	0.04
434.31	717.49	1151.80	951.63	2156.70	0.00	0.04
515.77	637.33	1153.10	1255.41	2459.80	0.03	0.06
516.25	636.89	1153.14	1257.19	2461.50	0.03	0.06
592.54	564.45	1156.99	1543.23	2744.91	0.13	0.15
644.06	518.06	1162.13	1730.98	2928.81	0.25	0.28
669.83	496.07	1165.89	1821.63	3016.36	0.35	0.37
771.88	419.62	1191.49	2147.14	3321.53	0.92	0.95
772.36	419.25	1191.61	2148.74	3323.06	0.93	0.95

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 5
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1166.97 CS = 1214.33
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1160.59 CN = 1214.59
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.02

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
268.02	898.95	1166.97	483.45	1697.77	0.00	0.02
351.16	815.81	1166.98	798.85	2013.18	0.00	0.01
434.31	732.91	1167.22	1159.62	2373.85	0.00	0.02
515.77	652.85	1168.62	1536.06	2749.46	0.03	0.04
516.25	652.43	1168.68	1538.26	2751.49	0.06	0.05
592.54	580.29	1172.82	1892.74	3102.92	0.15	0.14
644.06	534.42	1178.49	2124.40	3329.69	0.27	0.28
669.83	512.78	1182.60	2235.60	3437.24	0.38	0.37
771.88	439.95	1211.83	2622.89	3800.40	0.98	0.97
772.36	439.58	1211.94	2624.90	3802.24	0.97	0.98

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 10
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1205.81 CS = 1238.11
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1221.64 CN = 1240.43
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.19

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
268.02	837.79	1209.81	862.25	2100.36	0.00	0.11
351.16	854.66	1209.82	1457.54	2695.64	0.00	0.09
434.31	771.82	1206.14	2152.24	3390.16	0.01	0.07
515.77	692.18	1207.95	2884.69	4121.00	0.04	0.10
516.25	691.82	1208.07	2888.34	4124.39	0.08	0.10
592.54	626.39	1213.52	3575.68	4805.80	0.19	0.21
644.66	577.27	1221.34	4013.86	5234.81	0.33	0.37
669.83	557.55	1227.38	4215.65	5429.72	0.47	0.48
771.88					2. ABLEITUNG < 0	
772.36					2. ABLEITUNG < 0	

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 50
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1257.40 CS = 1270.33
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1342.28 CN = 1342.28
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 5.61

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
268.02	989.38	1257.40	3469.56	4740.49	0.00	1.51
351.16	906.26	1257.43	5151.86	7422.77	0.00	0.96
434.31	823.70	1258.01	3390.18	10660.23	0.01	0.68
515.77	745.92	1261.69	12820.31	14082.84	0.06	0.57
516.25	745.79	1262.04	12825.82	14088.78	0.14	0.57
592.54	683.21	1275.75	13779.41	17016.13	0.26	0.62
644.66					2. ABLEITUNG < 0	
669.83					2. ABLEITUNG < 0	
771.88					2. ABLEITUNG < 0	
772.36					2. ABLEITUNG < 0	

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000
STANDARDABWEICHUNG DER NACHFRAGE SIGMA = 83.0
1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 10
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 2
3. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG LOR = 330.83
4. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG UPR = 1133.83 > 2 * LOR
PROPORTIONALE PRODUKTIONSKOSTEN P = 1
PROPORTIONALE LAGERKOSTEN H = 1
PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 1
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1015.02 CS = 1064.99
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1000.00 CN = 1066.05
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.10

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
338.86	676.16	1015.02	258.95	1323.94	0.00	0.08
403.10	611.92	1015.02	323.10	1388.09	0.00	0.08
467.34	547.68	1015.02	387.33	1452.32	0.00	0.07
531.58	483.44	1015.02	451.57	1516.56	0.00	0.07
595.82	419.21	1015.03	515.80	1580.79	0.00	0.07
660.06	355.05	1015.12	579.99	1644.95	0.00	0.07
662.67	352.43	1015.10	582.66	1647.57	-0.01	0.06
669.70	345.45	1015.15	589.60	1654.55	0.00	0.07
727.83	287.71	1015.54	647.56	1712.29	-0.00	0.07
794.00	223.20	1017.20	712.84	1776.80	0.04	0.11
827.08	191.98	1019.06	744.91	1808.02	0.10	0.16
984.47	66.29	1050.76	889.16	1933.71	1.06	1.11
992.50	61.39	1053.89	895.91	1938.61	1.13	1.20

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 2
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1047.75 CS = 1081.66
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1035.75 CN = 1082.80
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.11

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
338.86	708.88	1047.75	500.94	1582.60	0.00	0.07
403.10	644.64	1047.75	629.11	1710.77	0.00	0.07
467.34	580.40	1047.75	757.54	1839.20	0.00	0.06
531.58	516.16	1047.75	886.01	1967.67	0.00	0.06
595.82	451.94	1047.76	1014.47	2096.13	0.00	0.05
660.06	387.80	1047.86	1142.80	2224.40	0.00	0.05
662.67	385.20	1047.87	1148.11	2229.60	-0.00	0.06
669.70	378.20	1047.90	1162.02	2243.59	0.00	0.05
727.83	320.58	1048.41	1277.71	2358.85	0.01	0.07
794.00	256.43	1050.43	1407.50	2487.14	0.07	0.12
827.08	225.59	1052.67	1470.88	2548.82	0.15	0.19
984.47	112.06	1096.53	1729.44	2775.88	1.27	1.31
992.50	109.66	1102.16	1736.03	2780.68	1.32	1.37

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 3
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1063.48 CS = 1090.34
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1055.98 CN = 1090.94
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.05

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
338.86	724.62	1063.48	736.55	1826.89	0.00	0.03
403.10	666.38	1063.48	928.53	2018.98	0.00	0.03
467.34	598.14	1063.48	1121.25	2211.59	0.00	0.03
531.58	531.90	1063.48	1313.85	2404.30	0.00	0.02
595.82	467.68	1063.50	1506.64	2596.97	0.00	0.02
660.06	403.55	1063.61	1699.09	2789.34	0.00	0.02
662.67	400.97	1063.64	1706.96	2797.08	0.01	0.02
369.70	393.96	1064.66	1727.89	2818.12	0.00	0.03
727.83	336.42	1064.26	1901.15	2990.73	0.03	0.04
794.06	272.56	1066.56	2094.96	3182.32	0.10	0.11
827.68	242.62	1069.11	2183.12	3273.93	0.17	0.19
984.47					2. ABLEITUNG < 0	
992.50			< 0		2. ABLEITUNG < 0	

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 4
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1073.11 CS = 1095.98
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1069.85 CN = 1096.01
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.01

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
338.86	734.25	1073.11	968.33	2064.19	0.00	0.01
403.10	670.01	1073.11	1224.29	2320.15	0.00	0.01
467.34	606.77	1073.11	1481.07	2576.94	0.00	0.01
531.58	541.53	1073.12	1738.01	2833.87	0.00	0.00
595.82	477.31	1073.13	1994.91	3090.76	0.00	0.00
660.06	413.25	1073.26	2251.47	3347.21	0.00	0.01
662.67	410.64	1073.31	2261.32	3357.43	0.03	0.01
369.70	403.61	1073.30	2289.86	3385.56	0.00	0.01
727.83	346.15	1073.98	2520.54	3615.39	0.00	0.03
794.06	282.51	1076.51	2777.37	3869.96	0.12	0.13
827.68	252.27	1079.35	2902.40	3990.93	0.18	0.19
992.10			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
992.50			< 0		2. ABLEITUNG < 0	

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 5
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1079.75 CS = 1099.75
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1080.30 CN = 1099.76
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
338.86	740.83	1079.75	1197.50	2297.25	0.00	0.00
403.10	676.65	1079.75	1517.29	2617.04	0.00	0.00
467.34	612.41	1079.75	1838.23	2937.98	0.00	0.00
531.58	548.17	1079.76	2159.39	3259.14	0.00	0.00
595.82	483.95	1079.77	2480.51	3580.26	0.00	0.00
660.06	419.85	1079.91	2801.16	3900.76	0.00	0.00

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
662.07	417.85	1079.92	2811.14	3910.73	0.00	0.00
662.67	417.30	1079.97	2814.09	3913.48	0.04	0.00
727.83	352.88	1080.71	3137.12	4235.62	0.06	0.02
794.00	289.47	1083.46	3457.80	4552.67	0.13	0.10
827.08	259.46	1086.55	3612.03	4702.68	0.19	0.19
992.10			< 0		2. ABLEITUNG	< 0
992.50			< 0		2. ABLEITUNG	< 0

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 10
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1096.27 CS = 1109.72
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1110.82 CN = 1114.17
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.40

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
338.86	757.41	1096.27	2320.85	3430.57	0.00	0.13
403.10	693.17	1096.27	2959.44	4069.16	0.00	0.11
467.34	628.93	1096.27	3601.08	4710.80	0.00	0.09
531.58	564.69	1096.28	4243.36	5353.08	0.00	0.08
595.82	500.48	1096.30	4885.54	5995.24	0.00	0.07
660.06	436.41	1096.48	5526.44	6635.87	0.00	0.07
662.07	434.42	1096.49	5546.36	6655.77	0.01	0.07
662.67	433.94	1096.61	5551.52	6660.56	0.09	0.08
727.83	369.74	1097.57	6195.25	7302.62	0.10	0.09
794.00	307.16	1101.16	6828.00	7928.37	0.18	0.17
827.08	278.45	1105.53	7123.49	8215.47	0.22	0.27
992.10			< 0		2. ABLEITUNG	< 0
992.50			< 0		2. ABLEITUNG	< 0

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 50
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1117.73 CS = 1123.26
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1171.14 CN = 1171.14
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 4.26

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
338.86	778.87	1117.73	10969.02	12092.29	-0.00	0.40
403.10	714.63	1117.73	14152.61	15275.87	0.00	0.31
467.34	650.39	1117.73	17358.36	18481.63	-0.00	0.26
531.58	586.15	1117.74	20569.22	21692.48	0.00	0.22
595.82	521.96	1117.78	23778.91	24902.03	0.00	0.19
660.06	458.07	1118.13	26974.70	28096.52	0.01	0.18
662.07	456.09	1118.16	27073.59	28195.31	0.01	0.18
662.67	455.61	1118.27	27098.16	28219.74	0.01	0.18
727.83	392.80	1120.63	30246.99	31359.94	0.04	0.19
794.00					2. ABLEITUNG	< 0
827.08					2. ABLEITUNG	< 0
992.10			< 0		2. ABLEITUNG	< 0
992.50			< 0		2. ABLEITUNG	< 0

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000
STANDARDABWEICHUNG DER NACHFRAGE SIGMA = 93.3
1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 10
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 10
3. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG LOR = 619.65
4. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG UPR = 1380.35 > 2 * LOR
PROPORTIONALE PRODUKTIONSKOSTEN P = 1
PROPORTIONALE LAGERKOSTEN H = 1
PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 1
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1000.00 CS = 1067.02
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1000.00 CN = 1067.02
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
627.25	372.75	1000.00	566.24	1627.25	0.00	0.00
688.11	311.89	1000.00	621.89	1588.11	0.00	0.00
748.97	251.03	1000.04	681.91	1748.92	0.00	0.00
809.82	191.14	1000.96	742.03	1808.86	0.01	0.01
870.68	135.89	1006.57	798.54	1864.11	0.09	0.09
931.54	91.53	1023.07	848.63	1908.47	0.38	0.38
992.39	60.75	1053.14	889.37	1939.25	0.88	0.88
1053.25	40.81	1094.06	921.11	1959.19	1.48	1.48
1114.11	27.75	1141.81	945.07	1972.30	2.02	2.02
1174.96	18.53	1193.49	962.98	1981.47	2.45	2.45
1235.82	11.66	1247.47	976.69	1988.34	2.78	2.78
1240.29	10.93	1251.22	978.14	1989.07	2.82	2.82
1246.90	10.57	1257.47	978.96	1989.43	2.84	2.84
1363.22	0.82	1364.04	998.37	1999.18	3.31	3.31
1487.15	-10.04	1477.12	1020.07	2010.04	3.83	3.83
1549.12	-13.31	1535.81	1028.52	2013.31	3.99	3.99
1851.33	-42.26	1809.07	1085.30	2042.26	5.39	5.39
1858.94	-43.56	1815.38	1088.04	2043.56	5.46	5.46

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 2
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1037.01 CS = 1091.41
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1035.75 CN = 1091.42
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
627.25	409.75	1037.01	1089.09	2180.50	-0.00	0.00
688.11	348.90	1037.01	1214.80	2302.21	0.00	0.00
748.97	288.10	1037.07	1332.40	2423.79	0.00	0.00
809.82	228.58	1038.41	1451.80	2542.83	0.01	0.02
870.68	176.09	1046.77	1559.71	2647.81	0.12	0.12
931.54	142.59	1074.12	1634.50	2714.83	0.41	0.41
992.39					2. ABLEITUNG < 0	
1053.25			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1114.11			< 0			
1174.96			< 0			
1235.82	712.57	1948.39	21.11	1574.85	-29.36	-29.36
1240.29	708.15	1948.44	38.80	1583.70	-28.63	-28.64
1246.90	701.60	1948.50	64.98	1596.79	-27.58	-27.58

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
1363.22	585.40	1948.62	529.78	1829.20	-11.36	-11.38
1487.15	461.47	1948.62	1025.50	2077.06	1.93	1.91
1549.12	399.51	1948.62	1273.34	2200.98	7.44	7.44
1851.33	119.35	1970.68	2403.32	2761.30	26.55	26.55
1858.94	114.27	1973.21	2424.46	2771.46	26.87	26.86

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 3
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1057.75 CS = 1106.15
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1055.98 CN = 1106.18
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
627.25	430.49	1057.75	1602.36	2708.52	-0.00	0.00
688.11	369.64	1057.75	1784.93	2891.08	0.00	0.00
748.97	308.86	1057.83	1967.27	3073.41	0.00	0.00
809.82	249.71	1059.54	2145.26	3250.86	0.02	0.02
870.68	199.83	1070.51	2299.61	3400.50	0.14	0.14
931.54					2. ABLEITUNG < 0	
992.39			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1053.25			< 0			
1114.11			< 0			
1174.96			< 0			
1235.82	763.95	1999.77	228.12	1708.22	-21.89	-21.89
1240.29	759.52	1999.82	254.62	1721.48	-20.91	-20.96
1246.98	752.98	1999.88	293.81	1741.10	-19.59	-19.59
1363.22	636.78	2000.00	990.95	2089.67	0.39	0.35
1487.15	512.85	2000.00	1734.54	2461.45	15.44	15.40
1549.12	450.89	2000.00	2106.30	2647.34	21.35	21.35
1858.56	167.73	2026.28	3820.04	3496.82	40.88	40.88
1858.94	167.49	2026.43	3821.51	3497.52	40.91	40.89

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 4
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1071.82 CS = 1116.53
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1069.85 CN = 1116.56
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
627.25	444.57	1071.82	2105.19	3221.72	-0.00	0.00
688.11	383.71	1071.82	2348.61	3465.14	0.00	0.00
748.97	322.96	1071.92	2591.67	3708.17	0.00	0.00
809.82	264.15	1073.98	2827.59	3943.38	0.02	0.02
870.68	216.87	1087.55	3021.81	4132.51	0.14	0.14
931.54					2. ABLEITUNG < 0	
992.39			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1053.25			< 0			
1114.11			< 0			
1174.96			< 0			
1235.82	794.17	2029.98	419.70	1823.79	-15.77	-15.77

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
1239.67	790.36	2031.04	449.95	1838.92	-14.81	-14.81
1240.29	789.75	2030.04	454.84	1841.37	-14.61	-14.67
1363.22	667.02	2030.24	1435.89	2331.92	9.50	9.45
1487.15	543.09	2030.24	2427.33	2827.64	25.37	25.33
1549.12	481.13	2030.24	2923.02	3075.48	31.35	31.35
1858.56	201.56	2060.12	5178.32	4193.76	50.10	50.10
1858.94	201.35	2060.29	5180.08	4194.58	50.14	50.11

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 5
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1082.32 CS = 1124.44
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1080.30 CN = 1124.48
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
627.25	455.07	1082.32	2603.23	3724.67	0.00	0.00
668.11	394.21	1082.32	2904.51	4028.95	0.00	0.00
748.97	333.47	1082.44	3208.25	4332.66	0.00	0.00
809.82	275.00	1084.82	3501.49	4625.02	0.02	0.02
870.68	230.38	1101.36	3730.43	4848.08	0.14	0.14
931.54					2. ABLEITUNG < 0	
992.39			<		2. ABLEITUNG < 0	
1053.25			< 0			
1114.11			< 0			
1174.96	872.37	2047.34	45.30	1650.46	-29.13	-29.12
1235.82	815.28	2051.10	593.13	1925.10	-10.79	-10.75
1239.67	811.46	2051.15	630.52	1943.86	-9.72	-9.72
1240.29	810.86	2051.16	636.59	1946.89	-9.51	-9.55
1363.22	688.16	2051.38	1861.17	2559.22	16.69	16.66
1487.15	564.23	2051.38	3100.47	3178.86	32.93	32.90
1549.12	502.27	2051.38	3721.08	3488.66	38.86	38.87
1858.56	226.87	2085.43	6496.16	4865.65	56.62	56.62
1858.94	226.69	2085.63	6498.02	4866.53	56.65	56.63

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 10
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1112.40 CS = 1147.82
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1110.82 CN = 1147.84
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
627.25	485.14	1112.40	5003.76	6148.57	-0.00	0.00
688.11	424.29	1112.40	5609.32	6757.13	0.00	0.00
748.97	363.62	1112.58	6216.09	7363.85	0.00	0.00
809.82	306.68	1116.50	6787.16	7933.23	0.02	0.02
870.68					2. ABLEITUNG < 0	
931.54			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
992.39			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1053.25			< 0			
1114.11			< 0			

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
1174.96	927.71	2102.67	302.03	1820.22	-20.35	-20.35
1235.82	971.74	2107.56	1268.35	2304.72	4.84	4.84
1239.67	867.97	2107.64	1338.87	2340.00	6.27	6.27
1240.29	867.35	2107.64	1350.19	2345.66	6.57	6.49
1303.22	744.74	2107.96	3764.00	3552.62	38.31	38.26
1487.15	620.81	2107.96	6242.51	4791.86	54.26	54.22
1549.12	558.85	2107.97	7481.66	5411.46	59.47	59.47
1858.56					2. ABLEITUNG < 0	
1858.94					2. ABLEITUNG < 0	

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 50
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1168.29 CS = 1193.47
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1171.14 CN = 1193.60
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.01

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
627.25	541.03	1168.29	22754.95	23948.41	-0.00	0.00
688.11	480.18	1168.29	25797.66	26991.13	0.00	0.00
748.97	419.95	1168.91	28809.40	30002.59	0.00	0.00
809.82	375.12	1184.95	31056.11	32243.88	0.02	0.02
870.68					2. ABLEITUNG < 0	
931.54			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
992.39			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1053.25			< 0			
1114.11			< 0			
1174.96	1021.96	2196.92	961.02	2227.57	-3.28	-3.27
1235.82	969.69	2205.47	3619.42	3569.16	35.19	35.19
1239.67	965.97	2205.65	3854.45	3677.76	37.26	37.26
1240.29	965.36	2205.65	3891.26	3696.18	37.65	37.56
1303.22	843.19	2206.41	14256.87	8879.15	74.04	74.01
1487.15	719.26	2206.41	26572.26	15036.85	84.67	84.65
1549.12	657.32	2206.43	32766.78	18134.10	87.27	87.27
1858.56					2. ABLEITUNG < 0	
1858.94					2. ABLEITUNG < 0	

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000
STANDARDABWEICHUNG DER NACHFRAGE SIGMA = 124.5
1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 10
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 10
3. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG LOR = 429.47
4. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG UPR = 1570.53 > 2 * LOR
PROPORTIONALE PRODUKTIONSKOSTEN P = 1
PROPORTIONALE LAGERKOSTEN H = 1
PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 1
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1000.00 CS = 1100.53
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1000.00 CN = 1100.53
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
440.88	559.12	1000.00	341.35	1440.88	-0.00	-0.00
532.16	467.84	1000.00	431.64	1532.16	0.00	0.00
623.45	376.62	1000.07	522.87	1623.38	0.00	0.00
714.73	286.71	1001.44	613.85	1713.29	0.02	0.02
806.02	203.83	1009.85	698.27	1796.17	0.15	0.15
859.51	162.39	1021.90	743.58	1837.61	0.35	0.35
859.94	162.12	1022.06	743.90	1837.88	0.36	0.36
944.83	110.88	1055.71	806.47	1889.12	0.95	0.95
1030.73	75.76	1106.48	857.63	1924.24	1.76	1.76
1073.67	62.87	1136.54	878.93	1937.13	2.18	2.18
1287.84	24.59	1312.43	950.85	1975.41	3.85	3.85
1288.41	24.67	1313.08	950.69	1975.33	3.84	3.84

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 2
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1055.51 CS = 1137.11
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1053.63 CN = 1137.12
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
440.88	614.63	1055.51	633.65	1779.76	-0.00	0.00
532.16	523.34	1055.51	816.20	1953.31	0.00	0.00
623.45	432.16	1055.61	998.50	2135.69	0.00	0.00
714.73	342.87	1057.61	1177.71	2314.25	0.02	0.02
806.02	264.14	1070.16	1339.56	2471.72	0.20	0.20
859.51	229.70	1089.21	1414.30	2540.60	0.45	0.45
859.94	229.57	1089.50	1415.12	2540.87	0.45	0.44
944.83					2. ABLEITUNG < 0	
1030.73			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1073.67			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1287.84	632.36	1920.20	278.20	1735.31	-18.44	-18.44
1288.41	631.81	1920.22	280.38	1736.41	-18.36	-18.37

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 3
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1086.62 CS = 1159.23
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1083.37 CN = 1159.27
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
440.88	645.74	1086.62	903.64	2062.87	-0.00	0.00
532.16	554.46	1086.62	1177.40	2336.63	0.00	0.00

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
623.45	463.30	1086.75	1450.91	2610.11	0.00	0.00
714.73	374.57	1089.31	1717.89	2876.28	0.03	0.03
806.02	299.75	1105.77	1948.52	3100.75	0.23	0.23
859.51	273.07	1132.58	2035.75	3180.78	0.45	0.45
859.94	273.13	1133.07	2035.58	3180.60	0.47	0.44
944.83					2. ABLEITUNG < 0	
1030.73			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1073.67			< 0			
1287.84	709.38	1997.21	463.93	1872.86	-13.33	-13.33
1288.41	708.83	1997.24	467.14	1874.47	-13.20	-13.24

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 4
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1107.74 CS = 1174.79
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1104.78 CN = 1174.84
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
440.88	666.86	1107.74	1158.06	2332.86	-0.00	0.00
532.16	575.57	1107.74	1522.92	2697.72	0.00	0.00
623.45	484.44	1107.89	1887.50	3062.26	0.00	0.00
714.73	396.23	1110.97	2241.39	3415.08	0.03	0.03
806.02	325.31	1131.33	2532.71	3698.76	0.24	0.24
859.51					2. ABLEITUNG < 0	
859.94					2. ABLEITUNG < 0	
944.83					2. ABLEITUNG < 0	
1030.73			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1073.67			< 0			
1287.84	754.50	2042.33	631.98	1986.45	-9.04	-9.04
1288.41	753.95	2042.36	636.13	1988.54	-8.88	-8.93

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 5
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1123.48 CS = 1186.66
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1120.44 CN = 1186.71
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
440.88	682.60	1123.48	1400.34	2587.60	-0.00	0.00
532.16	591.32	1123.48	1856.77	3043.43	0.00	0.00
623.45	500.20	1123.65	2312.37	3498.99	0.00	0.00
714.73	412.50	1127.23	2752.23	3937.52	0.03	0.04
806.02	345.58	1151.60	3095.64	4272.12	0.24	0.24
859.51					2. ABLEITUNG < 0	
859.94					2. ABLEITUNG < 0	
944.83					2. ABLEITUNG < 0	
1030.73			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1073.67			< 0			
1287.84	785.94	2073.78	778.64	2081.64	-5.59	-5.59
1288.41	785.40	2073.80	783.69	2084.18	-5.42	-5.47

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 10
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1168.59 CS = 1221.72
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1166.23 CN = 1221.77
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
440.88	727.71	1168.59	2505.84	3727.56	-0.00	0.00
532.16	836.43	1168.59	3414.15	4635.87	0.00	0.00
623.45	945.42	1168.87	4324.13	5545.77	0.00	0.00
714.73	466.02	1174.75	5183.74	6399.84	0.04	0.04
806.02					2. ABLEITUNG < 0	
859.51					2. ABLEITUNG < 0	
859.94					2. ABLEITUNG < 0	
944.83			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1036.73			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1073.67			< 0			
1287.84	869.68	2157.52	1304.29	2406.98	4.95	4.95
1298.41	869.14	2157.55	1312.59	2411.16	5.18	5.19

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 30
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1252.43 CS = 1290.20
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1256.71 CN = 1290.40
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.02

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
440.88	811.55	1252.43	9299.42	10589.62	-0.00	0.00
532.16	720.27	1252.43	13714.02	15004.22	0.00	0.00
623.45	629.92	1253.37	18214.75	19504.54	0.00	0.00
714.73	562.67	1277.41	21584.69	22866.34	0.04	0.04
806.02					2. ABLEITUNG < 0	
859.51					2. ABLEITUNG < 0	
859.94					2. ABLEITUNG < 0	
944.83			< 0		2. ABLEITUNG < 0	
1036.73			< 0			
1073.67			< 0			
1287.84	1013.22	2301.06	2760.54	3253.22	24.52	24.52
1298.41	1012.65	2301.05	2784.05	3265.18	24.87	24.77

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

MITTELWERT DER NACHFRAGE MY = 1000
STANDARDABWEICHUNG DER NACHFRAGE SIGMA = 166.0
1. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG A = 10
2. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG B = 10
3. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG LOR = 239.29
4. PARAMETER DER BETA-VERTEILUNG UPR = 1760.71 > 2 * LOR
PROPORTIONALE PRODUKTIONSKOSTEN P = 1
PROPORTIONALE LAGERKOSTEN H = 1
PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 1
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1000.00 CS = 1134.03
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1000.00 CN = 1134.03
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % -0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
254.51	745.49	1000.00	128.78	1262.82	0.00	0.00
376.22	623.78	1000.00	243.04	1377.07	0.00	0.00
479.35	520.70	1000.05	345.32	1479.35	0.00	0.00
479.58	520.46	1000.05	345.56	1479.58	0.00	0.00
526.44	473.77	1000.21	392.24	1526.24	0.00	0.00
574.30	426.43	1000.73	439.68	1573.57	0.01	0.01
598.23	403.01	1001.24	463.18	1596.99	0.01	0.01
717.12	292.42	1009.54	575.96	1707.58	0.14	0.14
717.88	291.81	1009.69	576.71	1708.19	0.15	0.15

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 2
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1074.31 CS = 1182.81
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1071.50 CN = 1182.83
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
254.51	819.50	1074.01	212.92	1395.73	-0.00	0.00
376.22	697.79	1074.01	427.26	1610.07	0.00	0.00
479.35	594.73	1074.08	628.37	1811.17	0.00	0.00
479.58	594.53	1074.11	628.86	1811.58	0.01	-0.00
526.44	547.90	1074.35	721.69	1904.37	0.01	-0.00
574.30	500.79	1075.09	815.95	1998.47	0.02	0.01
598.23	477.59	1075.82	862.49	2044.84	0.02	0.02
717.12	370.98	1088.10	1079.86	2258.03	0.21	0.21
717.88	370.48	1088.36	1080.99	2259.04	0.22	0.20

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 3
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1115.50 CS = 1212.31
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1111.97 CN = 1212.35
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
254.51	860.99	1115.50	280.04	1492.34	-0.00	0.00
376.22	739.28	1115.50	584.95	1797.26	0.00	0.00
479.35	636.24	1115.58	881.25	2093.54	0.00	0.00
479.58	636.10	1115.69	881.85	2093.93	0.04	0.00

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
526.44	589.54	1115.99	1020.10	2232.11	0.04	0.01
574.30	542.63	1116.94	1160.55	2372.30	0.05	0.02
598.23	519.57	1117.80	1229.77	2441.40	0.03	0.03
717.12	416.64	1133.75	1544.45	2750.09	0.24	0.24
717.88	416.23	1134.10	1545.81	2751.32	0.27	0.24

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 4
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1143.65 OS = 1233.06
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1139.71 ON = 1233.12
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.01

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
294.51	869.14	1143.65	337.29	1570.35	-0.00	0.00
376.22	767.43	1143.65	726.14	1959.10	0.00	0.00
479.35	664.41	1143.75	1114.38	2347.41	0.00	0.00
479.58	664.30	1143.89	1115.01	2347.81	0.05	0.01
526.44	617.81	1144.25	1297.92	2530.62	0.05	0.01
574.30	571.08	1145.39	1483.87	2716.21	0.06	0.02
598.23	548.17	1146.40	1573.45	2807.61	0.03	0.03
717.12	448.82	1165.93	1981.20	3204.75	0.27	0.27
717.88	448.44	1166.31	1981.76	3206.26	0.30	0.26

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 5
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1164.64 OS = 1248.88
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1160.59 ON = 1248.95
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.01

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
294.51	810.13	1164.64	387.93	1636.81	-0.00	0.00
376.22	788.42	1164.64	855.42	2104.30	0.00	0.00
479.35	685.41	1164.76	1333.13	2581.37	0.00	0.00
479.58	685.26	1164.84	1333.93	2582.64	0.04	-0.00
526.44	638.81	1165.25	1560.89	2809.49	0.04	0.00
574.30	592.23	1166.53	1791.83	3040.05	0.05	0.02
598.23	569.59	1167.82	1904.93	3152.70	0.04	0.04
717.12	473.79	1190.90	2392.38	3631.09	0.28	0.28
717.88	473.62	1191.49	2393.39	3631.94	0.31	0.28

TABELLE 3. MODELL MIT FIXKOSTEN (ABSCHNITT 2.2)

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 10
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1224.79 CS = 1295.63
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1221.64 CN = 1295.69
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.00

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
284.51	970.29	1224.79	586.49	1882.13	-0.00	0.00
376.22	848.57	1224.79	1398.77	2694.41	0.00	0.00
479.35	745.63	1224.97	2293.95	3589.53	0.00	0.00
479.58	745.54	1225.12	2294.80	3590.16	0.06	-0.00
526.44	699.31	1225.75	2732.92	4028.09	0.06	0.00
574.30	653.47	1227.77	3179.73	4474.16	0.07	0.02
598.23	631.66	1229.89	3395.49	4689.00	0.05	0.05
717.12	554.69	1271.81	4173.34	5453.87	0.28	0.28
717.88	554.86	1272.74	4171.48	5452.20	0.31	0.27

PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN V = 50
S-POLITIK BEI BETA-VERTEILUNG S = 1336.57 CS = 1386.93
S-POLITIK BEI NORMAL-VERTEILUNG SN = 1342.28 CN = 1387.20
RELATIVE ABWEICHUNG DER KOSTEN IN % 0.02

D	KLEIN S	GROSS S	FIXKOSTEN	C	ABW. S	ABW.SN
284.51	1082.06	1336.57	1411.33	2798.27	-0.00	0.01
376.22	960.35	1336.57	4094.77	5481.70	0.00	0.00
479.35	857.73	1337.07	7652.98	9039.69	0.00	0.01
479.58	857.71	1337.29	7651.80	9038.29	0.04	0.00
526.44	812.93	1339.37	9519.59	10895.98	0.04	0.01
574.30	771.91	1346.22	11335.76	12717.66	0.07	0.04
598.23	755.36	1353.59	12099.19	13478.06	0.06	0.06
717.12					2. ABLEITUNG < 0	
717.88					2. ABLEITUNG < 0	

```
FIXKOSTEN BEI BETA-VERTEILUNG UND (S,S)-POLITIK.
LOR < D < 2 * LOR

≠BEGIN≠
≠REAL≠                  A,B,BAB,C,CG,CS,D,GS,INR,K,KRIT,KS,LOR,
                        LOR2,LOS,M,P,PHID,S,SD,SR,STEP,STOA,STOB,
                        STOL,STOU,VAR,V,VPHI,V0,Y,Z;
≠INTEGER≠               I,INT,M1,M2,N,STET,UEBER;
≠BOOLEAN≠               FALT;
≠COMMENT≠               UEBER: ANZAHL DER ZU UEBERLESENDEN SAETZE;

≠REAL≠ ≠PROCEDURE≠ DICHTE (X);
≠VALUE≠                 X;
≠REAL≠                  X;
≠BEGIN≠
≠REAL≠                  Y;
  Y:=(X-LOR)/INR;
  DICHTE:=≠IF≠ 0<Y∧Y<1 ≠THEN≠ EXP((A-1)*LN(Y)+(B-1)*LN(1-Y))/BAB
                        ≠ELSE≠ 0;
≠END≠                   DICHTE;

≠REAL≠ ≠PROCEDURE≠ XDICHTE (X);
≠VALUE≠                 X;
≠REAL≠                  X;
  XDICHTE:=X*DICHTE(X);

≠REAL≠ ≠PROCEDURE≠ INTEGRAL (N,A,B,F);
≠VALUE≠                 A,B,N;
≠REAL≠                  A,B;
≠INTEGER≠               N;
≠REAL≠ ≠PROCEDURE≠ F;
≠BEGIN≠
≠REAL≠                  E,H,X;
≠COMMENT≠               INTEGRAL VON A BIS B UEBER F;
  E:=0; ≠IF≠ ABS(B-A)<≠-6 ≠THEN≠ ≠GOTO≠ IN; H:=(B-A)/N*2;
  ≠FOR≠ X:=A ≠STEP≠ H ≠UNTIL≠ B-H/3 ≠DO≠
    E:=E+2*F(X)+4*F(X+H/2);
  E:=H/6*(E-F(A)+F(B));                                          IN:
  INTEGRAL:=E
≠END≠                   INTEGRAL;

≠PROCEDURE≠             REGULA FALSI (X1,X2,EPS,F,EXIT,X);
≠VALUE≠                 EPS,X1,X2;
≠REAL≠                  EPS,X,X1,X2;
≠REAL≠ ≠PROCEDURE≠ F;
≠LABEL≠                 EXIT;
≠BEGIN≠
≠REAL≠                  FX,F1,F2;
≠INTEGER≠               G;
≠BOOLEAN≠               K,L,M;
  X:=X1; F1:=F(X); X:=X2; F2:=F(X);
  ≠IF≠ SIGN(F1)=SIGN(F2) ≠THEN≠ ≠GOTO≠ EXIT;
  K:=≠FALSE≠; G:=2;                                              RF1:
  X:=(X1*F2-X2*F1)/(F2-F1); ≠GOTO≠ RF3;                          RF2:
  M:=L; Y:=X1+(≠IF≠ L ≠THEN≠ 1 ≠ELSE≠ G-1)*(X2-X1)/G;            RF3:
```

```
FIXKOSTEN BEI BETA-VERTEILUNG UND (S,S)-POLITIK.
LOR < 0 ≤ 2 * LOR

   FX.=F(X); L.=SIGN(F1)*SIGN(FX)>0; K.=TK;
   ≠IF≠ L ≠THEN≠ ≠BEGIN≠ X1.=X; F1.=FX ≠END≠
     ≠ELSE≠ ≠BEGIN≠ X2.=X; F2.=FX ≠END≠;
   ≠IF≠ ABS(X2-X1)≤EPS ≠THEN≠ ≠GOTO≠ RF4;
   ≠IF≠ K ≠THEN≠ ≠GOTO≠ RF2; ≠IF≠ LETM ≠THEN≠ G.=G+G;
   ≠GOTO≠ RF1;                                                    RF4:
≠END≠                REGULA FALSI;

   INPUT(61,≠(≠≠)≠,INT,STET,UEBER);
   ≠IF≠ INT>2*ENTIER(INT/2) ≠THEN≠ INT.=INT+1;
   OUTPUT(61,≠(≠/,≠(≠ INT =≠)≠,4ZDBB,≠(≠ANZAHL DER STUETZST≠)≠,
     ≠(≠ELLEN BEIM INTEGRAL≠)≠,/,≠(≠ STET=≠)≠,4ZDBB,≠(≠ANZA≠)≠,
     ≠(≠HL DER STUETZSTELLEN BEI PHI UND PSI≠)≠,/≠)≠,INT,STET);
   N.=2*ENTIER(INT/STET/2+1); ≠IF≠ N≤10 ≠THEN≠ N.=10;

≠BEGIN≠
≠ARRAY≠              PH,PS,ST[0:STET];

≠REAL≠ ≠PROCEDURE≠ PHI (X);
≠VALUE≠              X;
≠REAL≠               X;
≠BEGIN≠
≠REAL≠               W;
≠INTEGER≠            I;
   ≠IF≠ X≤LOR ≠THEN≠ ≠BEGIN≠ W.=0; ≠GOTO≠ P ≠END≠;
   ≠IF≠ UPPSX ≠THEN≠ ≠BEGIN≠ W.=1; ≠GOTO≠ P ≠END≠;
   I.=ENTIER((X-LOR)/STEP);
   W.=PH[I]+INTEGRAL(N,ST[I],X,DICHTE);                           P:
   PHI.=W
≠END≠                PHI:

≠REAL≠ ≠PROCEDURE≠ PSI (X);
≠VALUE≠              X;
≠REAL≠               X;
≠BEGIN≠
≠REAL≠               W;
≠INTEGER≠            I;
   ≠IF≠ X≤LOR ≠THEN≠ ≠BEGIN≠ W.=0;     ≠GOTO≠ P ≠END≠;
   ≠IF≠ UPPSX ≠THEN≠ ≠BEGIN≠ W.=1000; ≠GOTO≠ P ≠END≠;
   I.=ENTIER((X-LOR)/STEP);
   W.=PS[I]+INTEGRAL(N,ST[I],X,XDICHTE);                          P:
   PSI.=W
≠END≠                PSI:

≠REAL≠ ≠PROCEDURE≠ SOPT (X);
≠VALUE≠              X;
≠REAL≠               X;
≠BEGIN≠
   SD.=≠IF≠ D≤X-LOR ≠THEN≠ D ≠ELSE≠ X-LOR;
   M1.=2*ENTIER((SD-LOR)/M); ≠IF≠ M1<7 ≠THEN≠ M1.=8;
   M2.=2*ENTIER((X-LOR2)/M); ≠IF≠ M2<7 ≠THEN≠ M2.=8;
   SOPT.=(≠IF≠ X≤LOR2 ≠THEN≠ PHI(X)
          ≠ELSE≠ PHI(X)+INTEGRAL(M1,LOR,SD,FALTPHI))-VPHI;
≠END≠                SOPT;
```

```
FIXKOSTEN BEI BETA-VERTEILUNG UND (S,S)-POLITIK.
LOR < O < 2 * LOR

≠REAL≠ ≠PROCEDURE≠ FDICHTL (X);
≠VALUE≠              X;
≠REAL≠               X;
  FDICHTL:=DICHTE(GS-X)*DICHTE(X);

≠REAL≠ ≠PROCEDURE≠ FALTPHI (X);
≠VALUE≠              X;
≠REAL≠               X;
  FALTPHI:=INTEGRAL(M2,LOR,GS-X,DICHTE)*DICHTE(X);

≠REAL≠ ≠PROCEDURE≠ FALTPSI (X);
≠VALUE≠              X;
≠REAL≠               X;
  FALTPSI:=(INTEGRAL(M2,LOR,GS-X,XDICHTE)+
          X*INTEGRAL(M2,LOR,GS-X,DICHTE))*DICHTE(X);

  PH[0]:=PS[0]:=STOL:=STOU:=0; PH[STET]:=P:=1; PS[STET]:=1000;
  INPUT(60,≠(≠≠)≠,STOA,STOB); OUTPUT(61,≠(≠
    ≠(≠ MY   = 1000   MITTELWERT          DER VERTEILUNG≠)≠,/,
    ≠(≠ SIGMA         STANDARDABWEICHUNG DER VERTEILUNG≠)≠,/,
    ≠(≠ A             1.PARAMETER    DER BETA-VERTEILUNG≠)≠,/,
    ≠(≠ B             2.PARAMETER    DER BETA-VERTEILUNG≠)≠,/,
    ≠(≠ LOR           3.PARAMETER    DER BETA-VERTEILUNG≠)≠,/,
    ≠(≠ UPR           4.PARAMETER    DER BETA-VERTEILUNG≠)≠,/,
    ≠(≠ H    =    1   PROPORTIONALE LAGERKOSTEN≠)≠,/,
    ≠(≠ V             PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN  (MAL H)≠)≠,/,
    ≠(≠ P             PROPORTIONALE PRODUKTIONSKOSTEN (MAL H)≠)≠≠)≠);
  OUTPUT(61,≠(≠/,≠(≠ S           KS = GS , WENN K = 0≠)≠,/,
    ≠(≠ OS            PERIODENKOSTEN (LAGERHALTUNG,K=0)≠)≠,/,
    ≠(≠ Y             PARAMETER DER PROD.GLAETTUNGSPOLITIK≠)≠,/,
    ≠(≠ OG            PERIODENKOSTEN (PROD.GLAETTUNG,K=0)≠)≠,/,
    ≠(≠ KS            KLEIN S DER (S,S)-POLITIK≠)≠,/,
    ≠(≠ GS            GROSS S DER (S,S)-POLITIK≠)≠,/,
    ≠(≠ O             PERIODENKOSTEN (OPTIMAL,LAGERHALTUNG)≠)≠,/,
    ≠(≠ K             FIXKOSTEN DER BESTELLUNG≠)≠,//≠)≠);
  OUTPUT(77,≠(≠≠(≠ A, B, V,SIGMA,          LOR          ,≠)≠,
    88,≠(≠UPR          , BETA(A,B)*(UPR-LOR) ,           S≠)≠,
    108,≠(≠,  COST(S) FUER K=0    ,≠)≠,88,≠(≠SG≠)≠,
    108,≠(≠,  COST(SG) FUER K=0   ,       KLEIN S≠)≠,
    78,≠(≠,        GROSS S        ,      FIXKOSTEN       ,≠)≠
    58,≠(≠COST(KS,GS)      ,OK≠)≠≠)≠);
  ≠FOR≠ I:=1 ≠STEP≠ 1 ≠UNTIL≠ UEBER ≠DO≠
  ≠BEGIN≠ EOF(76,C8);
    INPUT(76,≠(≠/≠)≠);
  ≠END≠:
  UEBER:=ENTIER((STET+1)/2);                                        C1:
  EOF(76,C8); INPUT(76,≠(≠≠)≠,A,B,V,S,Y,BAB,LOR,UPR,SP);
  ≠IF≠ STOA ≠NOTEQUAL≠ A ∨ STOB ≠NOTEQUAL≠ B ≠THEN≠ ≠GOTO≠ C1;
  ≠IF≠ LOR=0 ∨ A=1 ∨ B=1 ≠THEN≠ ≠GOTO≠ C1; V0:=V/(V+1);
  INR:=UPR-LOR; BAB:=BAB*INR; STEP:=INR/STET; LOR2:=LOR+LOR;
  ≠IF≠ STOA=A ∧ STOB=B ∧ STOL=LOR ∧ STOU=UPR ≠THEN≠ ≠GOTO≠ C3;
  KS:=GS:=0; ST[0]:=STOL:=0:=LOR; STOU:=UPR; M:=INR/INT*2;
```

```
FIXKOSTEN BEI BETA-VERTEILUNG UND (S,S)-POLITIK.
LOR < D ≤ 2 * LOR

  ≠IF≠ A=B ≠THEN≠ ≠GOTO≠ C2;
  ≠FOR≠ I.=1 ≠STEP≠ 1 ≠UNTIL≠ STET-1 ≠DO≠
  ≠BEGIN≠ ST[I].=Z.=D+STEP;
    PH[I].=KS.=KS+INTEGRAL(N,D,Z,DICHTE);
    PS[I].=GS.=GS+INTEGRAL(N,D,Z,XDICHTE); D.=Z;
  ≠END≠;
  ≠GOTO≠ C3;                                                    C2:
  ≠FOR≠ I.=1 ≠STEP≠ 1 ≠UNTIL≠ STET-1 ≠DO≠
  ≠BEGIN≠ ST[I].=Z.=D+STEP;
    ≠IF≠ I<U-BIR ≠THEN≠ PH[I].=KS.=KS+INTEGRAL(N,D,Z,DICHTE)
                 ≠ELSE≠ PH[I].=KS.=1-PH[STET-I];
    PS[I].=GS.=GS+INTEGRAL(N,D,Z,XDICHTE); D.=Z;
  ≠END≠;                                                        C3:

  ≠FOR≠ D.=LOR+STEP/2 ≠STEP≠ 4*STEP ≠UNTIL≠
          (≠IF≠ LOR2<UPR ≠THEN≠ LOR2 ≠ELSE≠ UPR) ≠DO≠
  ≠BEGIN≠ PHI.=1+PHI(D); VPHI.=V0*PHI;
    OUTPUT(61,≠(≠/,≠(≠D  =≠)≠,J,≠(≠PHI(D)=≠)≠,+D.10D≠+3D8ª,
      ≠(≠S  =≠)≠,N,≠(≠Y  =≠)≠≠)≠,D,PHID,S,Y);
    REGULA FALSI(≠IF≠ VPHI>1 ∧ UPR≤LOR2 ≠THEN≠ LOR2 ≠ELSE≠ LOª,
         ≠IF≠ VPHI≤1 ≠THEN≠ UPR ≠ELSE≠ UPR+D,≠-5,SOPT,C4,GS);
    ≠GOTO≠ C5;                                                  C4:
    OUTPUT(61,≠(≠/,≠(≠KEINE NULLSTELLE≠)≠≠)≠);
    ≠GOTO≠ C7;                                                  C5:
    KS.=GS-D; Z.=PHI(KS); FALT.=GS>LOR2;
    KRIT.=(≠IF≠ FALT ≠THEN≠ DICHTE(GS)+INTEGRAL(M1,LOR,SD,FDICHTE)
                     ≠ELSE≠ DICHTE(GS))-DICHTE(D)*(V0-Z);
    C.=V*((KS*Z-PSI(KS))/V0-KS); Z.=(P+V)*1000;
    K.=V*((≠IF≠ FALT ≠THEN≠ PSI(GS)+INTEGRAL(M1,LOR,SD,FALTPSI)
                     ≠ELSE≠ PSI(GS))/V0-PSI(D))+C*PHID;
    C.=C+Z; CG.=V*((Y*PHI(Y)-PSI(Y))/V0-Y)+Z; CS.=Z-(V+1)*PSI(S);
    OUTPUT(61,≠(≠/,≠(≠A=≠)≠,ZD5B,≠(≠B=≠)≠,ZD53,≠(≠V=≠)≠,ZD5B,
      ≠(≠LOR=≠)≠,N,≠(≠UPR=≠)≠,N,≠(≠SR=≠)≠,3ZD.D9B,≠(≠KRIT=≠)≠,
      N,/,≠(≠KS =≠)≠,N,≠(≠GS =≠)≠,N,≠(≠K  =≠)≠,-4ZD.DD4B,
     ≠(≠C-K=≠)≠,-4ZD.DD4B,≠(≠CS =≠)≠,-4ZD.DD4B,≠(≠CG =≠)≠,
      -4ZD.DD4B≠)≠,A,B,V,LOR,UPR,SR,KRIT,KS,GS,K,C-K,CS,CG);
    OUTPUT(77,≠(≠/,3(ZD,≠(≠,≠)≠),ZZD.D,11(≠(≠,≠)≠,+D.13D≠+3D),
      ≠(≠,≠)≠,+D≠)≠,A,B,V,SR,LOR,UPR,BAB,S,CS,Y,CG,KS,GS,K,C,
      SIGN(KRIT));                                              C7:
  ≠END≠;
  ≠GOTO≠ C1;                                                    C8:
≠END≠;
≠END≠;

CHANNEL,76=DATIN,P136,R
CHANNEL,77=DATEX,P259,R
CHANNEL,END
INT = 100, STET = 50 , UEBER = 0 , STO4 = 2 , STO3 = 2
```

```
FIXKOSTEN BEI BETA-VERTEILUNG UND (S,S)-POLITIK.
2 * LOR < D ≤ 3 * LOR

≠BEGIN≠
≠REAL≠              A,B,SAB,C,CG,CS,D,DL,DS,DSL,DU,GS,GSS,INP,
                    K,KPHID,KPHIS,KPIT,KS,LOR,LOR2,LOR3,M,P,
                    PHID,PSID,PSIS,PV,S,SR,STEP,STOA,STOB,STOL,
                    STOU,STOV,UPR,V,VPHI,VU,Y,Z;
≠INTEGER≠           I,INT,M1,M2,M3,M4,M5,N,STET,UEBER;
≠COMMENT≠           UEBER: ANZAHL DER ZU UEBERLESENDEN SAETZE;

≠REAL≠ ≠PROCEDURE≠ DICHTE (X);
                    (WIE IM FALL LOR < D ≤ 2 * LOR)

≠REAL≠ ≠PROCEDURE≠ XDICHTE (X);
                    (WIE IM FALL LOR < D ≤ 2 * LOR)

≠REAL≠ ≠PROCEDURE≠ INTEGRAL (N,A,B,F);
                    (WIE IM FALL LOR < D ≤ 2 * LOR)

≠PROCEDURE≠         REGULA FALSI (X1,X2,EPS,F,EXIT,X);
                    (WIE IM FALL LOR < D ≤ 2 * LOR)

  INPUT(61,≠(≠≠)≠,INT,STET,UEBER);
  ≠IF≠ INT>2*ENTIER(INT/2) ≠THEN≠ INT.=INT+1; N.=8;
  OUTPUT(61,≠(≠/,≠(≠ INT =≠)≠,4ZDBB,≠(≠ANZAHL DER STUETZST≠)≠,
    ≠(≠FELLER BEIM INTEGRAL≠)≠,/,≠(≠ STET=≠)≠,4ZDBB,≠(≠ANZA≠)≠,
    ≠(≠HL DER STUETZSTELLEN BEI PHI UND PSI≠)≠,/≠)≠,INT,STET);

≠BEGIN≠
≠ARRAY≠             PH,PS,ST[0:STET];

≠REAL≠ ≠PROCEDURE≠ PHI (X);
                    (WIE IM FALL LOR < D < 2 * LOR)

≠REAL≠ ≠PROCEDURE≠ PSI (X);
                    (WIE IM FALL LOR < D < 2 * LOR)

≠REAL≠ ≠PROCEDURE≠ SOPT (X);
≠VALUE≠             X;
≠REAL≠              X;
≠BEGIN≠
≠REAL≠              Y;
  DS.=≠IF≠ D≤X-LOR ≠THEN≠ D ≠ELSE≠ X-LOR; DSL.=DS-LOR;
  M1.=2*ENTIER(DSL/M);        ≠IF≠ M1<7 ≠THEN≠ M1.=8;
  M2.=2*ENTIER((X-LOR2)/M);   ≠IF≠ M2<7 ≠THEN≠ M2.=8;
  M3.=2*ENTIER((DSL-LOR)/M); ≠IF≠ M3<7 ≠THEN≠ M3.=8;
  M4.=2*ENTIER((DSL-X)/M);    ≠IF≠ M4<7 ≠THEN≠ M4.=8;
  Y.=PHI(X); GSS.=GS;
  ≠IF≠ LOR2<X ≠THEN≠ Y.=Y+INTEGRAL(M1,LOR,DS,FALTPHI);
  ≠IF≠ LOR3<X ≠THEN≠ Y.=Y+INTEGRAL(M3,LOR,DSL,FALT2PHI);
  SOPT.=Y-VPHI
≠END≠               SOPT;
```

```
FIXKOSTEN BEI BETA-VERTEILUNG UND (S,S)-POLITIK.
2 * LOR < U ≤ 3 * LOR

≠REAL≠ ≠PROCEDURE≠ FDICHTE (X);
≠VALUE≠              X;
≠REAL≠               X;
  FDICHTE.=DICHTE(GSS-X)*DICHTE(X);

≠REAL≠ ≠PROCEDURE≠ FALTPHI (X);
≠VALUE≠              X;
≠REAL≠               X;
  FALTPHI.=INTEGRAL(M2,LOR,GSS-X,DICHTE)*DICHTE(X);

≠REAL≠ ≠PROCEDURE≠ FALTPSI (X);
≠VALUE≠              X;
≠REAL≠               X;
  FALTPSI.=(INTEGRAL(M2,LOR,GSS-X,XDICHTE)+
          X*INTEGRAL(M2,LOR,GSS-X,DICHTE))*DICHTE(X);

≠REAL≠ ≠PROCEDURE≠ F2DICHTE (X);
≠VALUE≠              X;
≠REAL≠               X;
≠BEGIN≠ GSS.=GS-X;
  F2DICHTE.=INTEGRAL(M1,≠IF≠ GSS-UPR≤LOR ≠THEN≠ LOR ≠ELSE≠
              GSS-UPR,DS-X,FDICHTE)*DICHTE(X)
≠END≠                F2DICHTE;

≠REAL≠ ≠PROCEDURE≠ FALT2PHI (X);
≠VALUE≠              X;
≠REAL≠               X;
≠BEGIN≠ GSS.=GS-X;
  FALT2PHI.=INTEGRAL(M4,LOR,DS-X,FALTPHI)*DICHTE(X)
≠END≠                FALT2PHI;

≠REAL≠ ≠PROCEDURE≠ FALT2PSI (X);
≠VALUE≠              X;
≠REAL≠               X;
≠BEGIN≠ GSS.=GS-X;
  FALT2PSI.=(INTEGRAL(M4,LOR,DS-X,FALTPSI)+
            X*INTEGRAL(M4,LOR,DS-X,FALTPHI))*DICHTE(X)
≠END≠                FALT2PSI;

  PH[0].=PS[0].=STOL.=STOU.=0;
  PH[STET].=PS.=1; PS[STET].=1.0;
  INPUT(60,≠(≠≠)≠,STOA,STOB);
  OUTPUT(61,≠(≠
    ≠(≠ MY    = 1000   MITTELWERT          DER VERTEILUNG≠)≠,/,
    ≠(≠ SIGMA          STANDARDABWEICHUNG DER VERTEILUNG≠)≠,/,
    ≠(≠ A              1.PARAMETER    DER BETA-VERTEILUNG≠)≠,/,
    ≠(≠ B              2.PARAMETER    DER BETA-VERTEILUNG≠)≠,/,
    ≠(≠ LOR            3.PARAMETER    DER BETA-VERTEILUNG≠)≠,/,
    ≠(≠ UPR            4.PARAMETER    DER BETA-VERTEILUNG≠)≠,/,
```

```
FIXKOSTEN BEI BETA-VERTEILUNG UND (S,S)-POLITIK.
2 * LOR < D ≤ 3 * LOR

    ≠(≠ H     =     1    PROPORTIONALE LAGERKOSTEN≠)≠,/,
    ≠(≠ V                PROPORTIONALE FEHLMENGENKOSTEN   (MAL H)≠)≠,/,
    ≠(≠ P                PROPORTIONALE PRODUKTIONSKOSTEN  (MAL H)≠)≠≠)≠)
  OUTPUT(61,≠(≠/,≠(≠ S               KS = GS , WENN K = 0≠)≠,/,
    ≠(≠ CS               PERIODENKOSTEN (LAGERHALTUNG,K=0)≠)≠,/,
    ≠(≠ Y                PARAMETER DER PROD.GLAETTUNGSPOLITIK≠)≠,/,
    ≠(≠ CG               PERIODENKOSTEN (PROD.GLAETTUNG,K=0)≠)≠,/,
    ≠(≠ KS               KLEIN S DER (S,S)-POLITIK≠)≠,/,
    ≠(≠ GS               GROSS S DER (S,S)-POLITIK≠)≠,/,
    ≠(≠ C                PERIODENKOSTEN (OPTIMAL,LAGERHALTUNG)≠)≠,/,
    ≠(≠ K                FIXKOSTEN DER BESTELLUNG≠)≠,//≠)≠):
  OUTPUT(77,≠(≠≠(≠ A, B, V,SIGMA,           LOR           ,≠)≠,
    98,≠(≠UPR           , BETA(A,B)*(UPR-LOR) ,           S≠)≠,
    108,≠(≠,  COST(S) FUER K=0    ,≠)≠,38,≠(≠SG≠)≠,
    108,≠(≠,  COST(SG) FUER K=0    ,          KLEIN S≠)≠,
    78,≠(≠GROSS S          ,        FIXKOSTEN       ,≠)≠
    58,≠(≠COST(KS,GS)        ,OK≠)≠≠)≠);
  ≠FOR ≠ I.=1 ≠STEP≠ 1 ≠UNTIL≠ UEBER ≠DO≠
  ≠BEGIN≠ EOF(76,C8):
    INPUT(76,≠(≠/≠)≠);
  ≠END≠:
  UEBER.=ENTIER((STET+1)/2);                                          C1:
  EOF(76,C8):
  INPUT(76,≠(≠≠)≠,A,B,V,S,Y,BAR,LOR,UPR,DR):
  ≠IF≠ STCA ≠NOTEQUAL≠ A ∨ STOB ≠NOTEQUAL≠ B ≠THEN≠ ≠GOTO≠ C1:
  ≠IF≠ LOR<0 ∨ A=1 ∨ B=1 ≠THEN≠ ≠GOTO≠ C1: VS.=V/(V+1):
  PV.=(-+V)*100.; INR.=UPR-LOR: BAR.=BAR*INR: STEP.=INR/STET:
  LOR2.=LOR+LOR: LOR3.=LOR2+LOR:
  ≠IF≠ STCA=A ∧ STOB=B ∧ STOL=LOR ∧ STOU=UPR ≠THEN≠ ≠GOTO≠ C3:
  KS.=GS.=0; ST[0].=STOL.=D.=LOR; STOU.=UPR; M.=INR/INT*2;
  ≠IF≠ A=B ≠THEN≠ ≠GOTO≠ C2:
  ≠FOR≠ I.=1 ≠STEP≠ 1 ≠UNTIL≠ STET-1 ≠DO≠
  ≠BEGIN≠ ST[I].=Z.=D+STEP:
    PH[I].=KS.=KS+INTEGRAL(N,D,Z,DICHTE);
    PS[I].=GS.=GS+INTEGRAL(N,D,Z,XDICHTE): D.=Z:
  ≠END≠:
  ≠GOTO≠ C3;                                                          C2:
  ≠FOR≠ I.=1 ≠STEP≠ 1 ≠UNTIL≠ STET-1 ≠DO≠
  ≠BEGIN≠ ST[I].=Z.=D+STEP:
    ≠IF≠ I≤UEBER ≠THEN≠ PH[I].=KS.=KS+INTEGRAL(N,D,Z,DICHTE)
                  ≠ELSE≠ PH[I].=KS.=1-PH[STET-I]:
    PS[I].=GS.=GS+INTEGRAL(N,D,Z,XDICHTE): D.=Z:
  ≠END≠:                                                              C3:
  ≠IF≠ V ≠NOTEQUAL≠ STOV ≠THEN≠
  ≠BEGIN≠ STOV.=V:
    CG.=V*((Y*PHI(Y)-PSI(Y))/VS-Y)+PV: CS.=PV-(V+1)*PSI(S):
  ≠END≠:
```

```
FIXKOSTEN BEI BETA-VERTEILUNG UND (S,S)-POLITIK.
2 * LOR < D ≤ 3 * LOR

  ≠FOR≠ D.=LOR2+STEP/2,2.5*LOR,LOR3-STEP/2 ≠DO≠
  ≠BEGIN≠ GSS.=D; DL.=D-LOR; DU.=D+UPR;
    M5.=2*ENTIER((D-LOR2)/M); ≠IF≠ M5<7 ≠THEN≠ M5.=8; M2.=M5;
    PHID.=1+PHI(D)+INTEGRAL(M5,LOR,DL,FALTPHI); VPHI.=V0*PHID;
    OUTPUT(61,≠(≠/,≠(≠D  =≠)≠,D,≠(≠PHI(D)=≠)≠,+D.10D≠+3D8B,
      ≠(≠S  =≠)≠,N,≠(≠Y  =≠)≠≠)≠,D,PHID,S,Y);
    REGULA FALSI(≠IF≠ DL-LOR>STEP ≠THEN≠ GS ≠ELSE≠
           (≠IF≠ VPHI>1 ∧ UPR≤LOR2 ≠THEN≠ LOR2 ≠ELSE≠ LOR),
            ≠IF≠ VPHI≤1 ≠THEN≠ UPR ≠ELSE≠ DU,≠-3,SOPT,C4,GS);
    ≠GOTO≠ C5;                                              C4:
    OUTPUT(61,≠(≠/,≠(≠KEINE NULLSTELLE≠)≠≠)≠); ≠GOTO≠ C7;  C5:
    KS.=GS-D; KPHIS.=DICHTE(GS); GSS.=GS;
    ≠IF≠ LOR2<GS ∧ GS<DU ≠THEN≠ KPHIS.=KPHIS+INTEGRAL(M1,
          ≠IF≠ GS-UPR≤LOR ≠THEN≠ LOR ≠ELSE≠ GS-UPR,DS,FDICHTE);
    ≠IF≠ LOR3<GS ∧ GS<DU ≠THEN≠
      KPHIS.=KPHIS+INTEGRAL(M3,LOR,DSL,F2DICHTE);
    KPHID.=DICHTE(D); GSS.=D;
    Z.=≠IF≠ DL≤UPR ≠THEN≠ LOR ≠ELSE≠ D-UPR;
    M3.=2*ENTIER((DL-Z)/M); ≠IF≠ M3<7 ≠THEN≠ M3.=8;
    ≠IF≠ LOR2<D ≠THEN≠ KPHID.=KPHID+INTEGRAL(M3,Z,DL,FDICHTE);
    Z.=≠IF≠ KS≤LOR ≠THEN≠ 0 ≠ELSE≠ PHI(KS);
    KRIT.=KPHIS-KPHID*(V0-Z);
    C.=V*(≠IF≠ KS≤LOR ≠THEN≠ -KS ≠ELSE≠ (KS*Z-PSI(KS))/V0-KS);
    PSIS.=PSI(GS); GSS.=GS;
    ≠IF≠ LOR2<GS ≠THEN≠ PSIS.=PSIS+INTEGRAL(M1,LOR,DS,FALTPSI);
    ≠IF≠ LOR3<GS ≠THEN≠ PSIS.=PSIS+INTEGRAL(M3,LOR,DSL,FALT2PSI);
    PSID.=PSI(D); GSS.=D; M2.=M5;
    ≠IF≠ LOR2<D ≠THEN≠ PSID.=PSID+INTEGRAL(M5,LOR,DL,FALTPSI);
    K.=V*(PSIS/V0-PSID)+C*PHID; C.=C+PV;
    OUTPUT(61,≠(≠/,≠(≠A=≠)≠,ZD5B,≠(≠B=≠)≠,ZD5B,≠(≠V=≠)≠,ZD5B,
      ≠(≠LOR=≠)≠,N,≠(≠UPR=≠)≠,N,≠(≠SR=≠)≠,3ZD.D9B,≠(≠KRIT=≠)≠,
      N,/,≠(≠KS  =≠)≠,N,≠(≠GS  =≠)≠,N,≠(≠K  =≠)≠,-4ZD.DD4B,
      ≠(≠C-K=≠)≠,-4ZD.DD4B,≠(≠CS  =≠)≠,-4ZD.DD4B,≠(≠CG  =≠)≠,
      -4ZD.DD4B≠)≠,A,B,V,LOR,UPR,SR,KRIT,KS,GS,K,C-K,CS,CG);
    OUTPUT(77,≠(≠/,3(ZD,≠(≠,≠)≠),ZZD.D,11(≠(≠,≠)≠,+D.13D≠+3D),
      ≠(≠,≠)≠,+D≠)≠,A,B,V,SR,LOR,UPR,BAB,S,CS,Y,CG,KS,GS,K,C,
      SIGN(KRIT));                                          C7:
  ≠END≠;
  ≠GOTO≠ C1;                                                C8:
≠END≠;
≠END≠;

CHANNEL,76=DATIN,P136,P
CHANNEL,77=DATEX,P259,P
CHANNEL,END
INT = 1016, STET = 50 , UEBER = 0 , STOA = 2 , STOB = 2
```

Lebenslauf

Geburtsdatum	2. März 1943
Geburtsort	Bad Kreuznach
Vater	Kurt Jäger, Kaufmännischer Angestellter
Mutter	Anna Jäger, geb. Ommert, Hausfrau
Geschwister	zwei jüngere Schwestern
Familienstand	verheiratet mit Barbara, geb. Elting seit 6.November 1970 eine Tochter (26. Oktober 1972)
Grundschule	Evangelische Volkschule in Langenlonsheim/Nahe von Ostern 1950 bis 1953
Höhere Schule	Staatliches Gymnasium Bad Kreuznach, mathematisch-naturwissenschaftlicher Zweig, von Ostern 1953 bis 1962
1. Studium	Mathematik mit Nebenfach Physik an der Johannes Gutenberg-Universität in Mainz von 1962 bis 1969
Abschluß	Diplom-Mathematiker (Angewandte Mathematik)
2. Studium	Wirtschaftswissenschaften an der Feien Universität Berlin (Schwerpunkt Unternehmensforschung) von 1969 bis 1975
Beschäftigungsverhältnisse	verschiedene Tätigkeiten als Werkstudent von 1962 bis 1967
	Studentischer Mitarbeiter in der Wirtschafts- und Sozialwissenschaftlichen Fakultät der Freien Universität Berlin vom 17.März 1969 bis 30.September 1969
	Wissenschaftlicher Assistent im Fachgebiet Unternehmensforschung des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaft der Freien Universität Berlin vom 1. Oktober 1969 bis 30. September 1975 bei den Professoren Dr.Horst Steinmann, Dr.Manfred Meyer und Dr.-Ing.Peter Mevert,Ph.D.